**SANGAKUS – Prologue – Groupe A**

Les Sangakus sont des problèmes géométriques japonais mettant en jeu des figures esthétiques (cercles, polygones réguliers, ellipses, sphères...) et qui ont été gravés sur des tablettes de bois à partir du XIVe siècle.

Une image contenant texte, Rectangle, art, écriture manuscrite

Description générée automatiquement Une image contenant triangle, Caractère coloré, capture d’écran

Description générée automatiquement

Une image contenant ligne, diagramme, cercle, triangle

Description générée automatiquementSur la figure ci-contre, les droites tracées en pointillés sont les axes de symétrie de chaque angle du triangle ABC. Ce sont les bissectrices des angles du triangle et partagent donc chaque angle en deux angles de même mesure.

**Propriété :** Tout point placé sur la bissectrice d’un angle se trouve à égale distance des deux côtés de l’angle.

Le point O, intersection des trois bissectrices est donc à égale distance des trois côtés du triangle.

**Définition :** Le cercle de centre O tangent aux trois côtés du triangle est appelé **cercle inscrit** au triangle ABC. Les points D, E et F sont les projetés orthogonaux de O sur les côtés du triangle.

**Cas particulier d’un triangle rectangle.**

1. Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que et .
2. Calculer BC et en déduire le périmètre de ABC. BC = 10 P = 24
3. En vous aidant de cette [**vidéo**](https://ladigitale.dev/digiview/#/v/655f97dc19faa) , construire les trois bissectrices de ce triangle rectangle qui sont concourantes  
   et tracer le cercle inscrit.

Calculer le rayon du cercle inscrit en utilisant ce résultat admis : = = 2 cm

**Trigonométrie dans un triangle rectangle isocèle.**

1. Une image contenant ligne, diagramme

   Description générée automatiquementLe triangle rectangle isocèle ci-contre est tel que .  
   Quelle est la mesure de l’angle  ? 45 °
2. Calculer la valeur exacte de BC.
3. En déduire les valeurs exactes de  ; et de .

 = = = = = 1

**SANGAKUS – Prologue – Groupe B**

Les Sangakus sont des problèmes géométriques japonais mettant en jeu des figures esthétiques (cercles, polygones réguliers, ellipses, sphères...) et qui ont été gravés sur des tablettes de bois à partir du XIVe siècle.

Une image contenant texte, Rectangle, art, écriture manuscrite

Description générée automatiquement Une image contenant triangle, Caractère coloré, capture d’écran

Description générée automatiquement

Une image contenant ligne, diagramme, cercle, triangle

Description générée automatiquementSur la figure ci-contre, les droites tracées en pointillés sont les axes de symétrie de chaque angle du triangle ABC. Ce sont les bissectrices des angles du triangle et partagent donc chaque angle en deux angles de même mesure.

**Propriété :** Tout point placé sur la bissectrice d’un angle se trouve à égale distance des deux côtés de l’angle.

Le point O, intersection des trois bissectrices est donc à égale distance des trois côtés du triangle.

**Définition :** Le cercle de centre O tangent aux trois côtés du triangle est appelé **cercle inscrit** au triangle ABC. Les points D, E et F sont les projetés orthogonaux de O sur les côtés du triangle.

**Cas particulier d’un triangle équilatéral de côté 1.**

1. Tracer un triangle équilatéral.
2. En vous aidant de cette [**vidéo**](https://ladigitale.dev/digiview/#/v/655f97dc19faa), construire les trois bissectrices de ce triangle équilatéral qui sont concourantes  
   et tracer le cercle inscrit.
3. H désigne le projeté orthogonal de A sur (BC). C’est ici le milieu de [BC]. En choisissant , montrer que la valeur exacte de la hauteur AH est .
4. En déduire la valeur exacte de l’aire du triangle équilatéral. Aire =
5. Calculer le rayon du cercle inscrit en utilisant ce résultat admis : = =

**Trigonométrie dans le triangle rectangle ABH**

1. Le triangle ABH est rectangle en H. Quelles sont les mesures des angles  et  ? 60 ° / 30°
2. On rappelle que AB=1 ; et   
   En déduire les valeurs exactes de  ; et de .

 = = 0,5 et de = =

**SANGAKUS – Prologue – Groupe C**

Les Sangakus sont des problèmes géométriques japonais mettant en jeu des figures esthétiques (cercles, polygones réguliers, ellipses, sphères...) et qui ont été gravés sur des tablettes de bois à partir du XIVe siècle.

Une image contenant texte, Rectangle, art, écriture manuscrite

Description générée automatiquement Une image contenant triangle, Caractère coloré, capture d’écran

Description générée automatiquement

Une image contenant ligne, diagramme, cercle

Description générée automatiquementDans le triangle ABC ci-contre le point P se trouve à égale distance des trois sommets du triangle.  
Ce point P est obtenu en traçant les trois médiatrices du triangle. Le cercle de centre P qui passe par les trois sommets est appelé **cercle circonscrit** au triangle ABC.

**Cas particulier d’un triangle rectangle.**

1. Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que et
2. Calculer BC. BC = 10
3. Calculer l’aire de ABC. Aire = 24
4. En vous aidant de cette [**vidéo**](https://ladigitale.dev/digiview/#/v/655f9b382ed2e), construire les trois médiatrices de ce triangle rectangle qui sont concourantes  
   et tracer son cercle circonscrit. Que remarque-t-on ?
5. Calculer le rayon du cercle circonscrit en utilisant le résultat suivant admis :

= = 5

**Trigonométrie dans un triangle rectangle isocèle.**

1. Une image contenant ligne, diagramme

   Description générée automatiquementLe triangle rectangle isocèle ci-contre est tel que .  
   Quelle est la mesure de l’angle  ? 45°
2. Calculer la valeur exacte de BC.
3. En déduire les valeurs exactes de  ; et de .

 = = = = = 1

**SANGAKUS – Prologue – Groupe D**

Les Sangakus sont des problèmes géométriques japonais mettant en jeu des figures esthétiques (cercles, polygones réguliers, ellipses, sphères...) et qui ont été gravés sur des tablettes de bois à partir du XIVe siècle.

Une image contenant texte, Rectangle, art, écriture manuscrite

Description générée automatiquement Une image contenant triangle, Caractère coloré, capture d’écran

Description générée automatiquement

Une image contenant ligne, diagramme, cercle

Description générée automatiquementDans le triangle ABC ci-contre le point P se trouve à égale distance des trois sommets du triangle.  
Ce point P est obtenu en traçant les trois médiatrices du triangle. Le cercle de centre P qui passe par les trois sommets est appelé **cercle circonscrit** au triangle ABC.

**Cas particulier d’un triangle équilatéral de côté 1**

1. Tracer un triangle équilatéral ABC.
2. En vous aidant de cette [**vidéo**](https://ladigitale.dev/digiview/#/v/655f9b382ed2e), construire les trois médiatrices de ce triangle équilatéral qui sont concourantes  
   et tracer son cercle circonscrit.
3. H désigne le projeté orthogonal de A sur (BC). C’est ici le milieu de [BC]. En choisissant , montrer que la valeur exacte de la hauteur AH est .
4. En déduire la valeur exacte de l’aire du triangle équilatéral. Aire =
5. Calculer le rayon du cercle circonscrit en utilisant le résultat suivant admis :

R = =

**Trigonométrie dans le triangle rectangle ABH**

1. Le triangle ABH est rectangle en H. Quelles sont les mesures des angles  et  ? 60° / 30°
2. On rappelle que  ; et   
   En déduire les valeurs exactes de  ; et de .

 = = et de = =

**SANGAKUS**

**Regroupement des informations**

* Définition du cercle inscrit d’un triangle. Méthode pour le tracer.  
  **Le cercle inscrit à un triangle est le cercle tangent aux trois côtés du triangle.**

**Le centre de ce cercle est le point d’intersection des bissectrices des angles du triangle.**

Méthode de construction : On trace au moins deux bissectrices des angles du triangle. A l’intersection, on place le point O, centre du cercle inscrit. On place O’ le projeté orthogonal de O sur un des côtés du triangle. **On trace alors le cercle de centre O et de rayon [OO’].**

* Formule pour calculer le rayon du cercle inscrit d’un triangle quelconque ABC :
* Rayon du cercle inscrit d’un triangle équilatéral de côté 1 : Rayon =

(♠) Important : le rayon du cercle inscrit d’un triangle équilatéral de côté est

* Définition du cercle circonscrit d’un triangle. Méthode pour le tracer.  
  **Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle qui passe par les 3 sommets du triangle.**

**Le centre de ce cercle est le point d’intersection des médiatrices des côtés du triangle.**

Méthode de construction : On trace les médiatrices d’au moins deux côtés du triangle (ex : triangle ABC).

A l’intersection, on place le point O, centre du cercle circonscrit.

**On trace alors le cercle de centre O et de rayon [OA].**

* Formule pour calculer le rayon du cercle circonscrit d’un triangle quelconque ABC :
* Rayon du cercle circonscrit d’un triangle équilatéral de côté 1 :

(♣) Important : le rayon du cercle circonscrit d’un triangle équilatéral de côté est

* Particularité du cercle circonscrit d’un triangle rectangle : **Le centre du cercle est le milieu de l’hypoténuse.**
* Hauteur d’un triangle équilatéral de côté 1 :
* Diagonale d’un carré de côté 1 :
* Trigonométrie : compléter avec les valeurs exactes

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **30°** | **45°** | **60°** |
| **Cosinus** |  |  |  |
| **Sinus** |  |  |  |
| **Tangente** |  | 1 |  |