Calcul littéral : Exercices sur le développement

64 [Calculer.]

À l'aide de l'identité remarquable la plus adaptée, factoriser, pour tout nombre réel x, les expressions algébriques suivantes.

1. $x^2+14x+49$
2. $9x^2-30x+25$
3. $x^2-\frac{16}{81}$
4. $16x^2-4900$
5. $6{,}25+x^2-5x$
6. $x^2+\sqrt{2}x+\frac{1}{2}$

65 [Calculer.]

À l'aide de l'identité remarquable la plus adaptée, développer les expressions algébriques suivantes.

1. $(x+11)^2$
2. $(3x-7)^2$
3. $\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)$
4. $(5x-9)(5x+9)$
5. $(2x-1{,}5)^2$
6. $(x+\sqrt{2})^2$

74 [Calculer.]

On considère l'expression littérale $A(x)=x^2+8x+15$ définie pour tout réel x.

1. Montrer que $A(x)=(x+4)^2-1$.
2. Montrer que $A(x)=(x+3)(x+5)$.
3. En choisissant la forme de $A(x)$ la plus adaptée à un calcul mental, calculer $A(0)$, $A(-3)$, $A(-4)$ et $A(-5)$.

66 **VRAI / FAUX** [Raisonner.]

Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer si elle est vraie ou fausse en justifiant.

1. Le carré d'un nombre réel est toujours positif.
2. Pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a : $(3x+7)^2-(x-1)^2=8x^2+44x+48$.
3. La somme des carrés de deux nombres rationnels est toujours égale au carré de la somme de ces deux nombres.
4. Pour tout réel x différent de -3 et 3, on a : $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9}=\frac{x+3}{x-3}$.
5. Pour tout $x\in\mathbb{R}$, $x^2-16x+64$ est toujours positif ou nul.
6. Pour tout $x\in\mathbb{R}$, x^2+6x+8 est toujours positif ou nul.

72 [Calculer.]

Dans cet exercice, on cherche à trouver une méthode pour calculer facilement 99^2.

1. Compléter.
$99^2=(100-\ldots)^2=100^2-2\times\ldots\times\ldots+1^2=\ldots$
2. En remarquant que 999 = 1000 - 1 et avec une méthode similaire, calculer 999^2.
3. Avec une méthode similaire, calculer 1001^2 et 95×105.

OBJECTIF SPÉ MATHS

73 [Calculer.]

On cherche à trouver deux nombres réels a et b tels que, pour tout $x\in\mathbb{R}$, $x^2+5x+6=(x+2)(ax+b)$.

1. Montrer que, pour tout $x\in\mathbb{R}$, $(x+2)(ax+b)=ax^2+(2a+b)x+2b$.
2. En déduire que $a=1$; $2a+b=5$ et $2b=6$.
3. En déduire a et b.
4. En utilisant une méthode similaire, trouver a, b et c tels que, pour tout $x\in\mathbb{R}$, $x^3-4x^2+5x-2=(x-1)(ax^2+bx+c)$.

135 [Raisonner.]

Pour tous nombres réels a, b et c, on considère l'expression $K=(a+b+c)^2$ et on pose $a+b=h$.

1. Montrer que $K=h^2+2hc+c^2$.
2. En conclure que $K=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$.

136 [Calculer.]

Soient a et b deux nombres réels qui ne sont ni égaux, ni opposés. On considère l'expression $C=\frac{3}{a-b}$.

1. Montrer que $C=\frac{3(a+b)}{a^2-b^2}$.
2. En déduire que $\frac{3}{\sqrt{8}-\sqrt{5}}=\sqrt{8}+\sqrt{5}$.