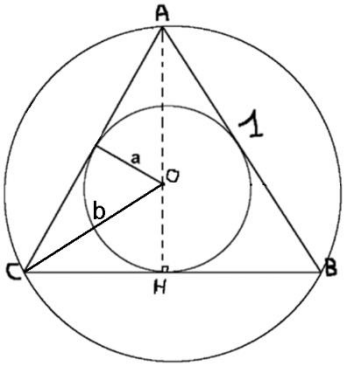
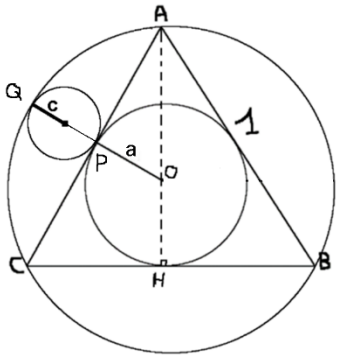
# CORRECTION SANGAKU N°1

**Étape 1 :**



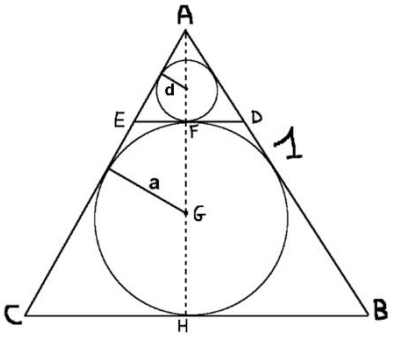

1. Dans un triangle équilatéral, les hauteurs et les médiatrices sont confondues. Ainsi (AH) est la médiatrice de [BC] et H est le mieu de [BC].
   Or $BC = AB = 1$, donc $BH = 0{,}5$. ABC est rectangle en B, d'apès le théorème de Pythagore, HA² + HB² = AB².
   Donc $HA^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2$
   $HA^2 + \frac{1}{4} = 1$
   $HA^2 = \frac{3}{4}$. Or $HA > 0$ donc $HA = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
   Enfin, $Aire(ABC) = \frac{base \times hauteur}{2} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$
2. $a = \frac{2 \times aire\ de\ ABC}{périmètre\ de\ ABC} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{3}}{4}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$
3. $b = AH - r = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{6} - \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6}$ donc $b = 2a = \frac{\sqrt{3}}{3}$




**Étape 2 :**

1. $OP = a = \frac{\sqrt{3}}{6}$ et $OQ = b = \frac{\sqrt{3}}{3}$
2. $OQ = OP + PQ$ donc $b = a + 2c$ donc $c = \frac{b-a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$

**Étape 3 :**



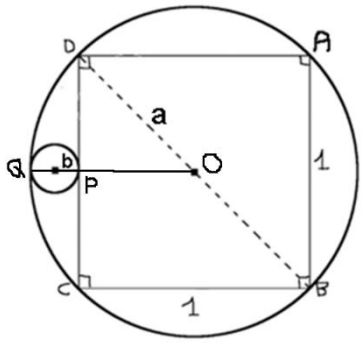

1. $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $3 \times \boldsymbol{a} = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Ainsi : $AH = 3 \times \boldsymbol{a}$.
2. $\frac{AF}{AH} = \frac{b-a}{3\times\boldsymbol{a}} = \frac{2a-a}{3\times\boldsymbol{a}} = \frac{a}{3\times\boldsymbol{a}} = \frac{1}{3}$
3. ADE et ABC sont des triangles semblables.
   Ainsi ADE est l'image de ABC par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{3}$
4. Le petit cercle est l'image du grand par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{3}$ donc $d = \frac{a}{3} = \frac{\sqrt{3}}{18}$

**Étape 4 :**

| | Triangle équilatéral | HA | a | b | c | AF | d |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Longueur exacte | **1** | $\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ | $\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{6}}$ | $\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ | $\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{12}}$ | $\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{6}}$ | $\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{18}}$ |
| Longueur (cm) approchée sur la toile | 30 | 25,98 | 8,66 | 17,32 | 4,33 | 8,66 | 2,89 |

# CORRECTION SANGAKU N°2

**Étape 1 :**



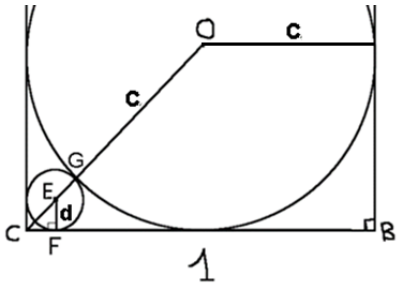

1. ABCD est un carré donc ABC est rectangle en B, d'apès le théorème de Pythagore, $CB^2 + CD^2 = BD^2$. Donc $1^2 + 1^2 = BD^2$

   donc $BD^2 = 2$ *et* $BD > 0$ donc $BD = \sqrt{2}$ et $a = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ car les diagonales d'un carré se coupent en leur milieu.

2. $OP = \frac{1}{2} = 0{,}5$ et $OQ = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

   Ainsi : $2b = QP = OQ - OP = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$ et $b = \frac{\sqrt{2}-1}{4}$

   Les 3 autres cercles placés à l'extérieur du carré ont évidemment le même rayon.




**Étape 2 :**

$c = \frac{1}{2} = 0{,}5$

**Étape 3 :**

1. ECF est rectangle isocèle en F, d'apès le théorème de Pythagore, $FE^2 + FC^2 = EC^2$.

   Donc $d^2 + d^2 = EC^2$ donc $CE^2 = 2d^2$ et $CE > 0$ donc $CE = \sqrt{2}\,d$

2. $OC = OG + GE + EC = c + d + CE = \frac{1}{2} + d + \sqrt{2}\,d = \frac{1}{2} + d(1+\sqrt{2})$

3. Or $OC = a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ donc $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} + d(1+\sqrt{2})$

   donc $d(1+\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$

   $d = \frac{\sqrt{2}-1}{2} \div (1+\sqrt{2})$

   $d = \frac{3-2\sqrt{2}}{2}$

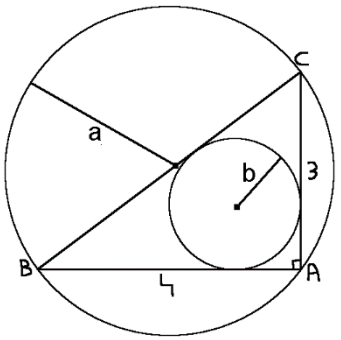
Les cercles placés dans les autres coins du carré ont évidemment le même rayon.

**Étape 4 :**

| | **Carré** | **a** | **b** | **c** | **d** |
|---|---|---|---|---|---|
| Longueur exacte | **1** | $\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ | $\mathbf{\frac{\sqrt{2}-1}{4}}$ | **0,5** | $\mathbf{\frac{3-2\sqrt{2}}{2}}$ |
| Longueur (cm) approchée sur la toile | 26 | 18,38 | 2,69 | 13,00 | 2,23 |

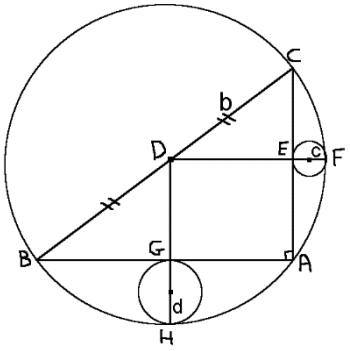
# CORRECTION SANGAKU N°3

**Étape 1 :**



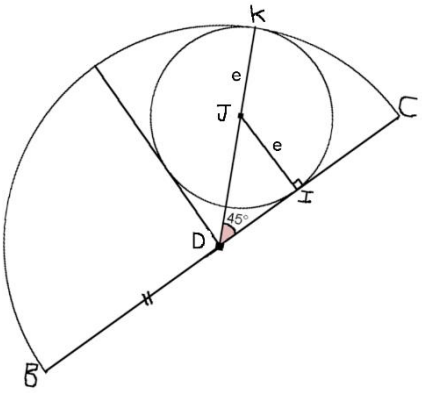

1. ABC est rectangle en A, d'apès le théorème de Pythagore, $AB^2 + AC^2 = BC^2$.
   $BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ donc $BC = 5$
2. ABC est rectangle en B donc inscrit dans le cercle de diamètre son hypothénuse donc $a = \frac{BC}{2} = 2{,}5$
3. Rayon $b$ du cercle inscrit : $b = \frac{2 \times aire\ de\ ABC}{périmètre\ de\ ABC} = \frac{2 \times \frac{3 \times 4}{2}}{3+4+5} = \frac{12}{12} = 1$

**Étape 2 :**




1. a) Dans le triangle ABC, $DE = \frac{AB}{2} = 2$ (propriété de Thalès)
   b) $DF = DE + EF$ donc $a = 2 + 2c$. On en déduit $c = 0{,}25$
2. a) Dans le triangle ABC, $DG = \frac{AC}{2} = 1{,}5$
   b) $DH = DG + GH$ donc $a = 1{,}5 + 2d$. On en déduit $d = 0{,}5$

**Étape 3 :**




1. La somme des angles d'un triangle mesure 180°.
   Dans DIJ rectangle en I, $\widehat{DJI} = 180 - (90 + 45) = 45$. DIJ a donc deux angles de base égaux donc DJI est isocèle et rectangle.

2. DJI est rectangle isocèle en I, d'apès le théorème de Pythagore,
   $ID^2 + IJ^2 = DJ^2$.
   $e^2 + e^2 = DJ^2$
   $DJ^2 = 2e^2$ *donc* $DJ > 0$ donc $DJ = \sqrt{2}\,e$

3. $DK = DJ + JK = a$ donc $DK = \sqrt{2}\,e + e = a$ donc $\left(1 + \sqrt{2}\right)e = 2{,}5$

4. $e = \frac{2{,}5}{1+\sqrt{2}} = \frac{5}{2\left(1+\sqrt{2}\right)} = \frac{5(\sqrt{2}-1)}{2}$
   Remarque : le deuxième cercle placé au-dessus de [BD] a le même rayon.

**Étape 4 :**

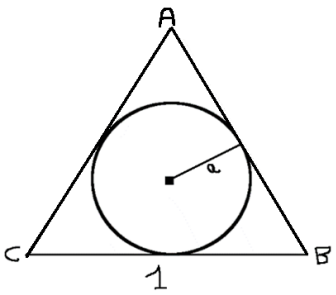
| | **Grand cercle a** | **Côté 1 Triangle** | **Côté 2 Triangle** | **b** | **c** | **d** | **e** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Longueur exacte | **2,5** | **4** | **3** | **1** | **0,25** | **0,5** | $\mathbf{\frac{5(\sqrt{2}-1)}{2}}$ |
| Longueur (cm) approchée sur la toile | 19 | 30,40 | 22,80 | 7,60 | 1,90 | 3,80 | 7,87 |

# CORRECTION SANGAKU N°4

**Étape 1 :**

$a = \frac{2 \times aire\ de\ ABC}{périmètre\ de\ ABC} = \frac{2\times\frac{AH\times BC}{2}}{3}$. Il nous faut déterminer $AH$.

Dans un triangle équilatéral, les hauteurs et les médiatrices sont confondues. Ainsi (AH) est la médiatrice de [BC] et H est le milieu de [BC]. Or $BC = AB = 1$ donc $BH = 0{,}5$.



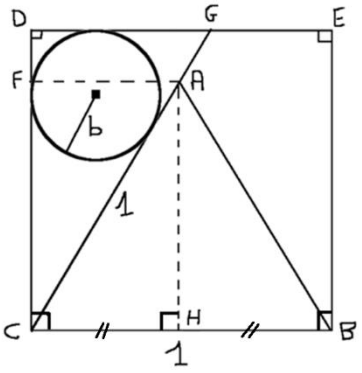

ABC est rectangle en B, d'apès le théorème de Pythagore, $HA^2 + HB^2 = AB^2$.

Donc $HA^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2$

$HA^2 + \frac{1}{4} = 1$

$HA^2 = \frac{3}{4}$. Or $HA > 0$ donc $HA = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Enfin, $aire(ABC) = \frac{base\times hauteur}{2} = \frac{BC\times AH}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ et $a = \frac{2 \times aire\ de\ ABC}{périmètre\ de\ ABC} = \frac{2\times\frac{\sqrt{3}}{4}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$



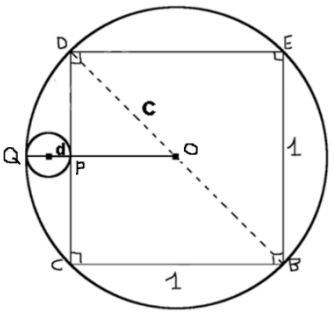

**Étape 2 :**

1. $AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. Les droites (DF) et (AG) sont sécantes en C avec D, F, G, A distincts de C.
Les droites (AF) et (DG) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès : $\frac{CF}{CD} = \frac{FA}{DG} = \frac{CA}{CG}$. Or $CF = AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; $CD = 1$ ; $FA = \frac{1}{2}$.
Donc $\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \frac{\frac{1}{2}}{DG}$ et $DG = \frac{1}{2} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

3. D'après l'égalité précédente de Thalès, $\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \frac{1}{CG}$ donc $CG = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

4. $b = \frac{2 \times aire\ de\ DGC}{périmètre\ de\ DGC} = \frac{2\times\frac{DC\times DG}{2}}{DG+GC+DC} = \frac{2\times\frac{1\times\frac{1}{\sqrt{3}}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}+1} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{3\sqrt{3}+3}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{1}{3+\sqrt{3}} = \frac{3-\sqrt{3}}{6}$




**Étape 3 :**

1. ABCD est un carré donc ABC est rectangle en B, d'apès le théorème de Pythagore, $CB^2 + CD^2 = BD^2$. Donc $1^2 + 1^2 = BD^2$ donc $BD^2 = 2$ et $BD > 0$

   donc $BD = \sqrt{2}$ et $c = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ car les diagonales d'un carré se coupent en leur milieu.

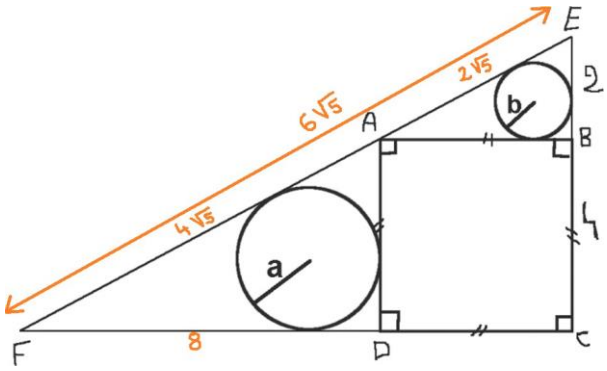
2. $OP = \frac{1}{2} = 0{,}5$ et $OQ = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Ainsi : $2d = QP = OQ - OP = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$ et $d = \frac{\sqrt{2}-1}{4}$

**Étape 4 :**

| | **Triangle équilatéral** | **a** | **b** | **c** | **d** |
|---|---|---|---|---|---|
| Longueur exacte | **1** | $\frac{\sqrt{3}}{6}$ | $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$ |
| Longueur (cm) approchée sur la toile | 26 | 7,51 | 5,49 | 18,38 | 2,69 |

# CORRECTION SANGAKU N°5

**Étape 1 :**



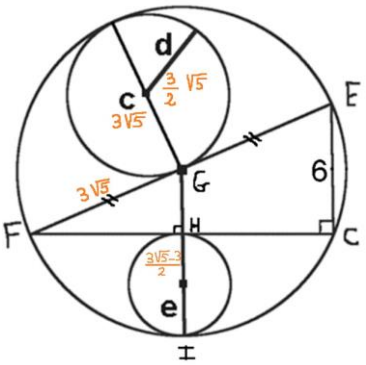

1. Les droites $(AB)$ et $(FC)$ sont toutes les deux perpendiculaires à la droite $(EC)$; elles sont donc parallèles. De plus $(BC)$ et $(AF)$ sont sécantes en $E$, on peut donc appliquer le théorème de Thalès et on obtient : $\frac{EB}{EC} = \frac{EA}{EF} = \frac{AB}{FC}$ ; $\frac{2}{6} = \frac{4}{FC}$ donc $FC = \frac{4\times6}{2} = 12$

Le triangle $CEF$ est rectangle en $C$, donc d'après le théorème de Pythagore : $EF^2 = EC^2 + CF^2$ ; $EF^2 = 6^2 + 12^2 = 180$
donc $EF = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$

2. Dans le triangle rectangle AFD, $AD = 4$, $FD = 12 - 4 = 8$
D'après le théorème de Pythagore : $AF^2 = 8^2 + 4^2 = 80$
Donc $AF = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$
Rayon $a$ du cercle inscrit au triangle $AFD$ :
$a = \frac{2\times aire(AFD)}{périmètre(AFD)} = \frac{2\times\frac{8\times4}{2}}{8+4+4\sqrt{5}} = \frac{32}{12+4\sqrt{5}} = \frac{8}{3+\sqrt{5}} = 6 - 2\sqrt{5}$

3. Le triangle ABE est une réduction de rapport $\frac{1}{2}$ du triangle FDA (il est deux fois plus petit)
donc $b = \frac{a}{2} = \frac{6-2\sqrt{5}}{2} = 3 - \sqrt{5}$

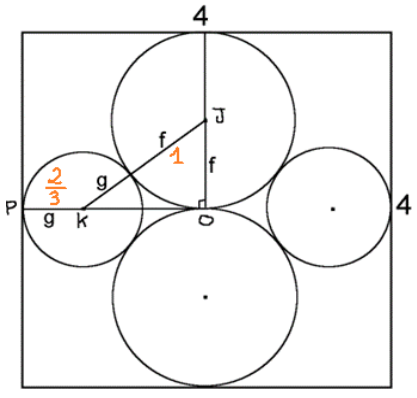
**Étape 2 :**




1. Le triangle CEF est rectangle en C donc d'après le prologue, $c = \frac{EF}{2} = \frac{6\sqrt{5}}{2} = 3\sqrt{5}$
2. $d = \frac{c}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$
3. Les droites $(GH)$ et $(EC)$ sont toutes les deux perpendiculaires à $(FC)$; elles sont donc parallèles. De plus $(HC)$ et $(GE)$ sont sécantes en $F$, on peut donc appliquer le théorème de Thalès et on obtient :
$\frac{GH}{EC} = \frac{FG}{FE}$ soit $\frac{GH}{6} = \frac{1}{2}$ ; $GH = 3$
$GI = GH + HI$ ; $3\sqrt{5} = 3 + 2e$ donc $e = \frac{3\sqrt{5}-3}{2}$

**Étape 3 :**

1. $f = \frac{4}{4} = 1$
2. a) $KJ = g + 1$
b) $OK = 2 - g$
c) Le triangle OJK est rectangle en O donc d'après la propriété de Pythagore : $KJ^2 = KO^2 + OJ^2$ soit $(g+1)^2 = (2-g)^2 + 1^2$
d) On résout cette équation :
$(g+1)^2 = (2-g)^2 + 1^2$
$\Leftrightarrow g^2 + 2g + 1 = 4 - 4g + g^2 + 1$
$\Leftrightarrow g^2 + 2g + 1 = 5 - 4g + g^2$
$\Leftrightarrow 2g + 1 = -4g + 5$
$\Leftrightarrow 6g = 4$
$\Leftrightarrow g = \frac{2}{3}$

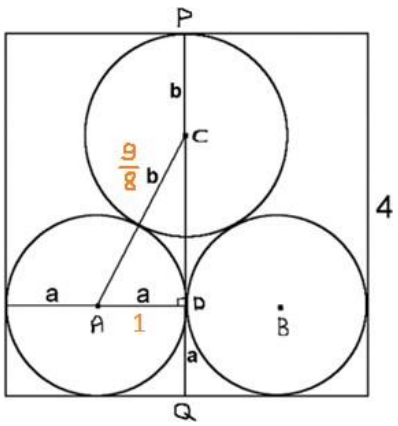



**Étape 4 :**

| | **Carré** | **FD** | **a** | **b** | **c** | **d** | **e** | **f** | **g** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Longueur exacte | **4** | **8** | $\mathbf{6-2\sqrt{5}}$ | $\mathbf{3-\sqrt{5}}$ | $\mathbf{3\sqrt{5}}$ | $\mathbf{\frac{3\sqrt{5}}{2}}$ | $\mathbf{\frac{3\sqrt{5}-3}{2}}$ | **1** | $\mathbf{\frac{2}{3}}$ |
| Longueur (cm) approchée sur la toile | 11,2 | 22,4 | 4,28 | 2,14 | 18,78 | 9,39 | 5,19 | 2,80 | 1,87 |

# CORRECTION SANGAKU N°6

**Étape 1 :**




1. On a $4a = 4$ donc $a = 1$.

2. a. $AC = a + b = 1 + b$

   b. $CD = 4 - a - b = 4 - 1 - b = 3 - b$

   c. Le triangle $ADC$ est rectangle en $D$, donc d'après lethéorème de Pythagore :

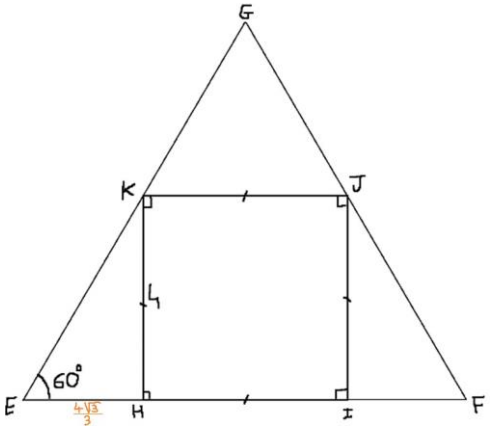
   $AC^2 = AD^2 + CD^2$ soit $(1 + b)^2 = 1^2 + (3 - b)^2$

   d. On résout cette équation :

$(1 + b)^2 = 1^2 + (3 - b)^2$

$\Leftrightarrow 1 + 2b + b^2 = 1 + 9 - 6b + b^2 \Leftrightarrow 1 + 2b = 10 - 6b \Leftrightarrow 8b = 9 \Leftrightarrow b = \frac{9}{8}$

**Étape 2 :**



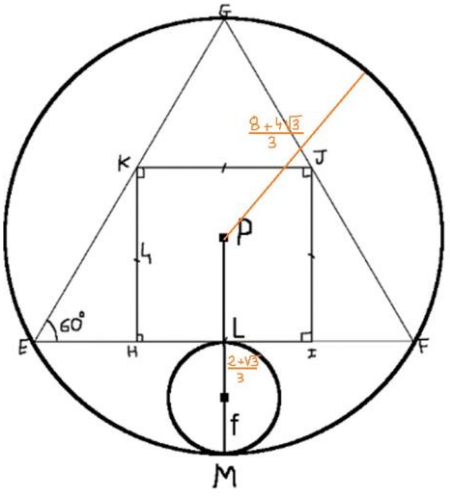

1. Dans le triangle $EHK$, rectangle en $H$ :
   $\tan(\widehat{HEK}) = \frac{KH}{EH}$ ; $\tan(\widehat{60°}) = \frac{4}{EH}$ ; $\sqrt{3} = \frac{4}{EH}$
   donc $EH = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

2. D'où $EF = 2 \times \frac{4\sqrt{3}}{3} + 4 = \frac{8\sqrt{3}}{3} + 4 = \frac{8\sqrt{3}+12}{3}$

**Étape 3 :**

1. Dans le triangle EHK, rectangle en H :
$\sin(\widehat{HEK}) = \frac{KH}{EK}$ ; $\sin(60°) = \frac{4}{EK}$ ; $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{EK}$
donc $EK = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

2. $c = \frac{2 \times Aire(EHK)}{Périmètre(EHK)} = \frac{2 \times \frac{4 \times \frac{4\sqrt{3}}{3}}{2}}{\frac{4\sqrt{3}}{3} + 4 + \frac{8\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{16\sqrt{3}}{3}}{4 + 4\sqrt{3}} = \frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{3}$




3. Le triangle équilatéral GJK a des côtes de longueur 4
   donc $d = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

**Étape 4 :**

1. Le triangle équilatéral EFG a des côtés de longueur $\frac{8\sqrt{3}+12}{3}$ donc
   $e = \frac{8\sqrt{3} + 12}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{(8\sqrt{3} + 12) \times \sqrt{3}}{9} = \frac{24 + 12\sqrt{3}}{9} = \frac{8 + 4\sqrt{3}}{3}$

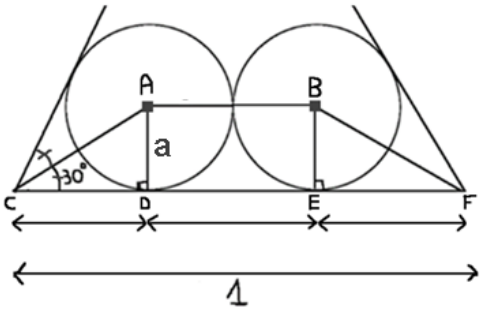
2. $PL = \frac{e}{2}$ donc $f = \frac{e}{4} = \frac{2+\sqrt{3}}{3}$

**Étape 5 :**

| | **Carré** | **a** | **b** | **EH** | **EF** | **c** | **d** | **e** | **f** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Longueur exacte** | **4** | **1** | $\frac{9}{8}$ | $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ | $\frac{8\sqrt{3}+12}{3}$ | $\frac{6-2\sqrt{3}}{3}$ | $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ | $\frac{8+4\sqrt{3}}{3}$ | $\frac{2+\sqrt{3}}{3}$ |
| Longueur (cm) approchée sur la toile | 15 | 3,75 | 4,22 | 8,66 | 32,32 | 3,17 | 4,33 | 18,66 | 4,67 |

# CORRECTION SANGAKU N°7

**Étape 1 :**




a) Dans le triangle rectangle ACD, $\tan(30°) = \frac{AD}{CD} = \frac{a}{CD}$

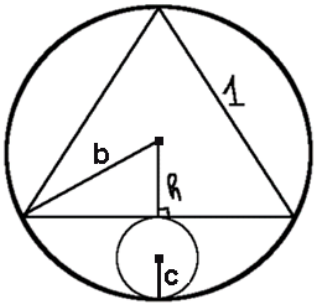
Or $\tan(30°) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ donc $\frac{a}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ et donc $CD = \frac{3a}{\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$

On a de même $EF = a\sqrt{3}$

b) $DE = AB = 2a$

c) On a $CD + DE + EF = CF = 1$ donc $a\sqrt{3} + 2a + a\sqrt{3} = 1$ ou encore $a(\sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}) = 1$ et donc $a = \frac{1}{2+2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-1}{4}$

d) $CD = a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}-1}{4} \times \sqrt{3} = \frac{3-\sqrt{3}}{4}$




**Étape 2 :**

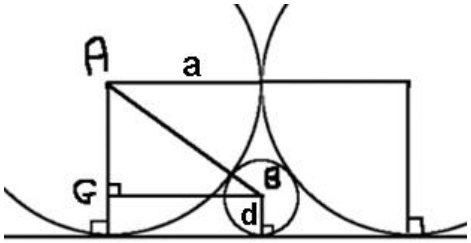
$b = \frac{\sqrt{3}}{3}$ démontré dans le prologue.

**Étape 3 ;**

a) $h = \frac{b}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

b) on a $h + 2c = b$ donc $h + 2c = 2h$ ; $c = \frac{h}{2}$ donc $c = \frac{\sqrt{3}}{12}$

**Étape 4 :**




a) $AB = a + d$ et $AG = a - d$

b) On a bien sûr $BG = a$.

Dans le triangle ABG rectangle en G ; $AB^2 = AG^2 + GB^2$

$(a + d)^2 = (a - d)^2 + a^2$

$a^2 + 2ad + d^2 = a^2 - 2ad + d^2 + a^2$

$4ad = a^2$

c) $4ad = a^2$ donc $4d = a$ donc $d = \frac{a}{4}$ et donc $d = \frac{\sqrt{3}-1}{16}$

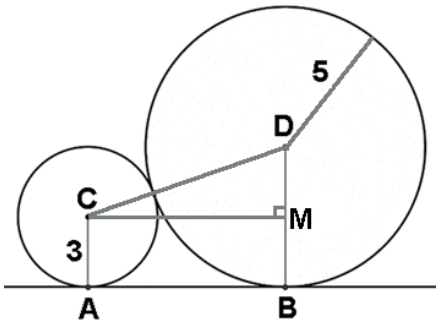
**Étape 5 :**

| | **Triangle** | **CD** | **a** | **b** | **c** | **d** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Longueur exacte | **1** | $\frac{3-\sqrt{3}}{4}$ | $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $\frac{\sqrt{3}}{12}$ | $\frac{\sqrt{3}-1}{16}$ |
| Longueur (cm) approchée sur la toile | 33 | 10,46 | 6,04 | 19,05 | 4,76 | 1,51 |

# CORRECTION SANGAKU N°8

**Étape 1 :**

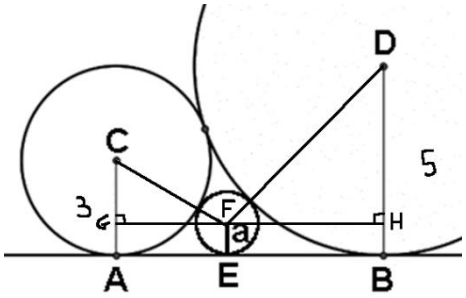
a) $CD = 3 + 5 = 8$ et $DM = 5 - 3 = 2$




b) Le triangle CDM est rectangle en M donc d'après la propriété de Pythagore :
$CD^2 = CM^2 + MD^2$ ; $8^2 = CM^2 + 2^2$ ; $CM^2 = 60$ donc $CM = \sqrt{60}$

Remarque : $AB = CM$

**Étape 2 :**




a) $CF = 3 + a$ et $CG = 3 - a$

b) Dans le triangle rectangle CFG, $CF^2 = CG^2 + GF^2$

$(3 + a)^2 = (3 - a)^2 + MD^2$

$9 + 6a + a^2 = 9 - 6a + a^2 + MD^2$

$12a = MD^2$

$GF = \sqrt{12a} = \sqrt{12} \times \sqrt{a}$

c) $DF = 5 + a$ et $DH = 5 - a$

d) Dans le triangle rectangle DFH, $DF^2 = DH^2 + FH^2$

$(5 + a)^2 = (5 - a)^2 + FH^2$

$25 + 10a + a^2 = 25 - 10a + a^2 + FH^2$

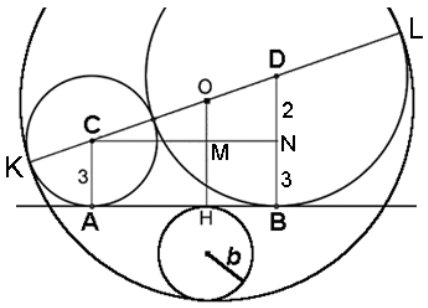
$20a = FH^2$

$FH = \sqrt{20a} = \sqrt{20} \times \sqrt{a}$

e) $GF + FH = GH = \sqrt{60}$, donc $\sqrt{12} \times \sqrt{a} + \sqrt{20} \times \sqrt{a} = \sqrt{60}$

$\sqrt{a}(\sqrt{12} + \sqrt{20}) = \sqrt{60}$ donc $\sqrt{a} = \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{12}+\sqrt{20}} = \frac{-3\sqrt{5}+5\sqrt{3}}{2}$ et donc $a = \left(\frac{-3\sqrt{5}+5\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{60-15\sqrt{15}}{2}$

f) $AE = GF = \sqrt{12\boldsymbol{a}} = \sqrt{12} \times \left(\frac{-3\sqrt{5}+5\sqrt{3}}{2}\right) = 15 - 3\sqrt{15}$ (Pour placer le point F sur la construction)




**Étape 3 :**

$KL = 10 + 6 = 16$ donc $OK = 8$

**Étape 4 :**

a) $OC = OK - CK = 8 - 3 = 5$ et $OD = OL - DL = 8 - 5 = 3$

b) $\frac{CO}{CD} = \frac{CM}{CN} = \frac{OM}{DN}$ ; $\frac{5}{8} = \frac{CM}{CN} = \frac{OM}{2}$ donc $OM = \frac{10}{8} = 1{,}25$

donc $OH = OM + MH = 1{,}25 + 3 = 4{,}25$

b) $2b + OH = 8$ donc $2b + 4{,}25 = 8$ ; $b = \frac{8-4{,}25}{2} = 1{,}875$

**Étape 5 :**

| | **1er cercle** | **CM** | **2ème cercle** | **AE** | **a** | **CO** | **OK** | **b** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Longueur exacte | **3** | $\boldsymbol{\sqrt{60}}$ | **5** | $\boldsymbol{15 - 3\sqrt{15}}$ | $\boldsymbol{\frac{60 - 15\sqrt{15}}{2}}$ | **5** | **8** | **1,875** |
| Longueur (cm) approchée sur la toile | 6,75 | 17,43 | 11,25 | 7,61 | 2,14 | 11,25 | 18,00 | 4,22 |