Activités du labo-math/info du Lycée Dupuy de Lôme – 2023/2024 —

P Géhanne, coordonnateur du labo

June 20, 2024

Lycée Dupuy de Lôme
Lorient

Actions menées tout au long de l'année
Mathématicien ou informaticien du mois
Thèmes mathématiques du mois
Métiers liés aux mathématiques ou à l'informatique du mois
Ateliers raisonnements ou techniques
Challenge du labo-maths
"Préparation aux olympiades"
Actions ponctuelles du labo
Elles bougent pour l'orientation
Sciences au féminin
Girls can code
Quelques perspectives

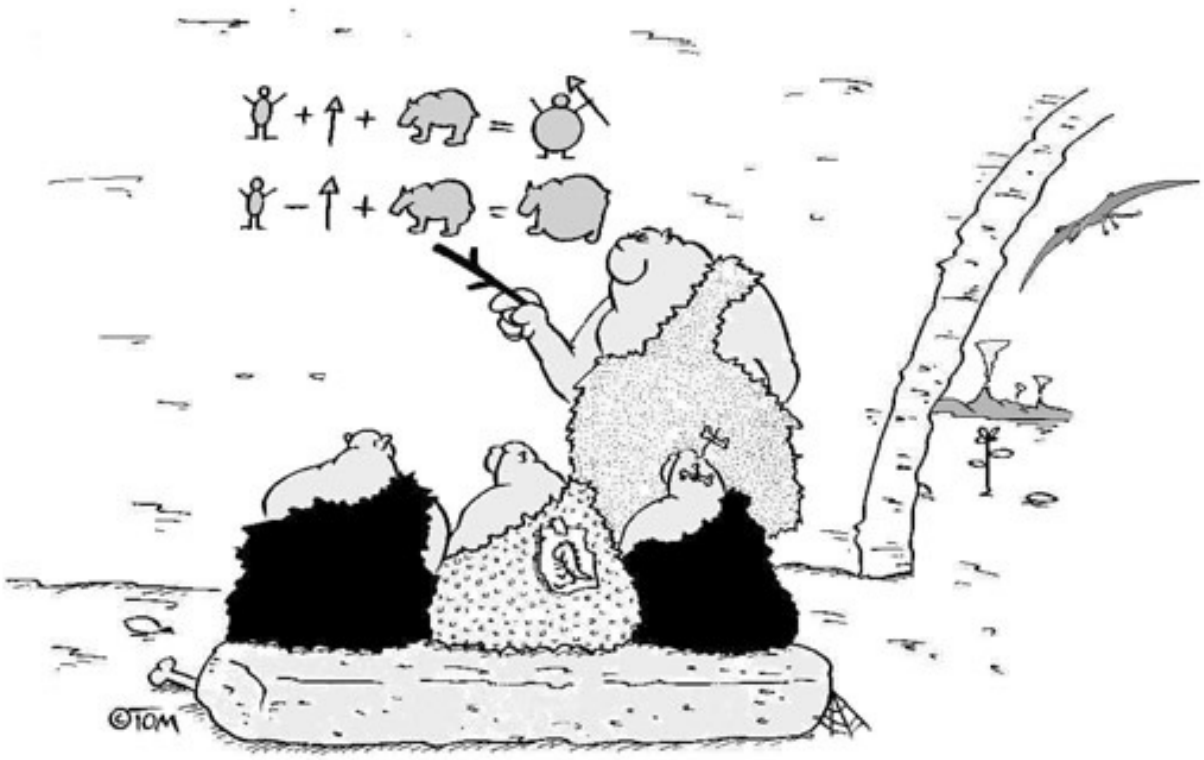
Actions menées tout au long de l'année
- Mathématicien ou informaticien du mois
- Thèmes mathématiques du mois
- Métiers liés aux mathématiques ou à l'informatique du mois
- Ateliers raisonnements ou techniques
- Challenge du labo-maths
- "Préparation aux olympiades"

Actions ponctuelles du labo
- Elles bougent pour l'orientation
- Sciences au féminin
- Girls can code

Quelques perspectives

Notre "Logo"

Labo maths/info du lycée Dupuy De Lôme de Lorient



Mathématicien ou informaticien du mois

Tous les mois, création et exposition d'une affiche (format A3) présentant un(e) mathématicien(ne) ou informaticien(ne) remarquable. Nous essayons d'équilibrer les présentations entre les hommes et les femmes, entre les mathématiques et l'informatique, entre contemporain ou non.

Terence Tao

(1975-)

Le Mozart des mathématiques

Terence Tao est un enfant prodige. Son père a dit à la presse qu'à l'âge de deux ans, durant une fête familiale, Tao tentait d'expliquer à un autre enfant (âgé de 5 ans) des éléments d'écriture et d'arithmétique.
Terence Tao montre des capacités mathématiques extraordinaires depuis son plus jeune âge, assistant par exemple à des cours de niveau universitaire dès neuf ans. Il est l'un des deux seuls enfants dans l'histoire du programme d'étude de talents exceptionnels à avoir obtenu un score de 700 ou plus (760 dans son cas, sur 800 possible) dans la section mathématique du SAT (test d'aptitudes d'entrée au college, normalement passé vers 18 ans) alors qu'il a tout juste huit ans et dix mois. En 1986, 1987, et 1988, Terence Tao est le plus jeune participant à ce jour aux Olympiades internationales de mathématiques (il est âgé de dix ans à sa première participation), concourant pour l'Australie et gagnant respectivement les médailles de bronze, argent et or ; il gagne une médaille d'or à 13 ans, performance qui n'a jamais été égalée par la suite.

Figure 1 – Terence Tao en 2021

Il obtient son doctorat à 20 ans et est promu, l'année suivante, professeur à l'UCLA[1]. Il reste le plus jeune enseignant jamais promu à ce rang par cette institution.
Il a depuis reçu la plupart des prix mathématiques les plus prestigieux (dont la médaille Fields en 2006)
Voici ce que dit le mathématicien britannique et médaillé de Fields Timothy Gowers au sujet l'étendue de la connaissance de Tao :

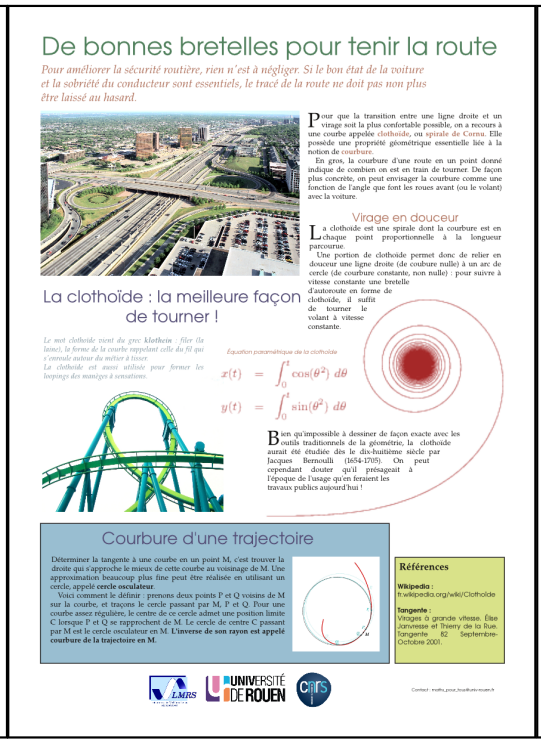
Les connaissances mathématiques de Tao ont une combinaison extraordinaire de largeur et de profondeur : il peut écrire avec confiance et autorité sur des sujets aussi divers que les équations aux dérivées partielles, la théorie analytique des nombres, la géométrie des 3-varions, l'analyse non standard, la théorie des groupes, la théorie des modèles, la mécanique quantique, la probabilité, la théorie ergodique, la combinatoire, l'analyse harmonique, le traitement d'image, l'analyse fonctionnelle, et bien d'autres. Certains d'entre eux sont des domaines auxquels il a apporté des contributions fondamentales. D'autres sont des domaines qu'il semble comprendre au niveau intuitif profond d'un expert bien qu'il n'ait pas travaillé officiellement dans ces domaines. La façon dont il fait tout cela, en plus d'écrire des papiers et des livres à un rythme prodigieux, est un mystère complet. Il a été dit que David Hilbert était la dernière personne à connaître toutes les mathématiques, mais il n'est pas facile de trouver des lacunes dans les connaissances de Tao, et si vous le faites, vous pourriez bien trouver que les lacunes ont été comblées un an plus tard.

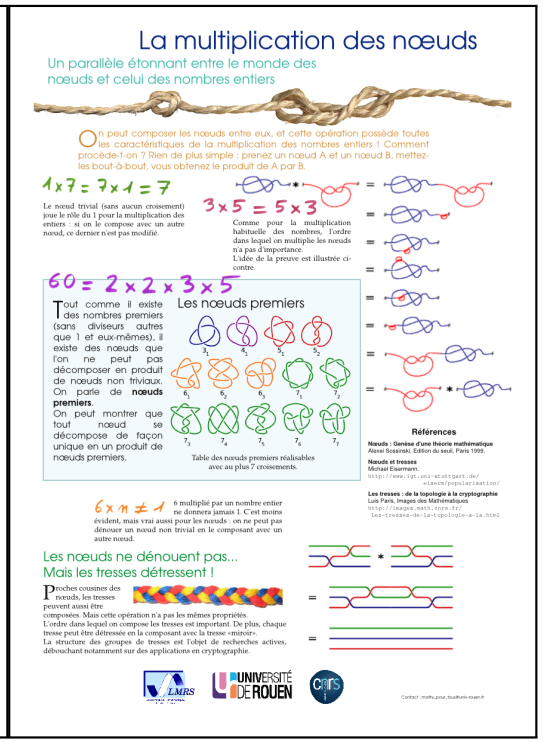
Il tient un blog qui est certainement l'un des plus consultés dans le domaine et par des mathématiciens de tout niveau. Le contenu est tout simplement hallucinant. Il y parle de mathématiques, abordant des thèmes à la pointe de la recherche actuelle, sans formalisme excessif et avec une incroyable faculté à simplifier les concepts les plus complexes qui lui est propre. Il donne aussi des conseils précieux à tous ceux qui veulent faire carrière dans cette discipline exigeante, des plus jeunes aux plus confirmés.
À consulter d'urgence par tous ceux qui ont intérêt pour les maths! le lien vers ce blog est ici :

1. Une université en Californie

Thèmes mathématiques du mois

Tous les mois, 2 nouveaux thèmes mathématiques sont affichés (en format A3).
Les affiches proviennent du site Les sorciers de Salem
Quelques exemples:





Métiers liés aux mathématiques ou à l'informatique du mois

Tous les mois, exposition d'une affiche présentant un métier lié aux mathématique ou à l'informatique sous la forme d'une interview d'un professionnel. (sources venant d'une brochure Onisep)

Actions menées tout au long de l'année

Mathématicien ou informaticien du mois

Thèmes mathématiques du mois

Métiers liés aux mathématiques ou à l'informatique du mois

Ateliers raisonnements ou techniques

Challenge du labo-maths

"Préparation aux olympiades"

Actions ponctuelles du labo

Elles bougent pour l'orientation

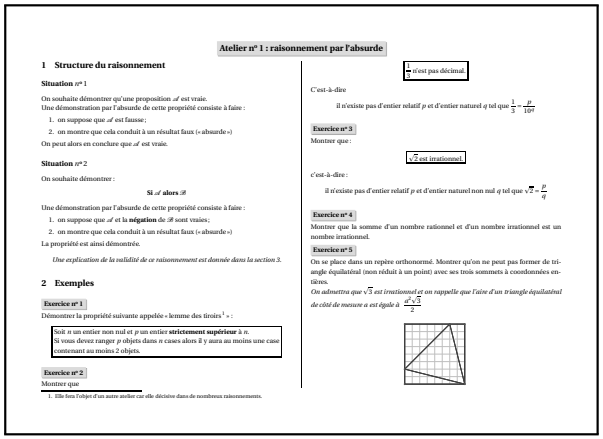
Sciences au féminin

Girls can code

Quelques perspectives

Ateliers raisonnements ou techniques

Chaque mois, est proposé un atelier raisonnement et/ou techniques auprès d'un public plus ou moins ciblé suivant les thèmes. Ces ateliers d'une durée d'environ 1h30 ont été animés cette année, en alternance, par M Soleillant (professeur de mathématiques en PSI) et moi. Quelques exemples:



Atelier n° 1 : raisonnement par l'absurde

1 Structure du raisonnement

Situation n°1

On souhaite démontrer qu'une proposition $\mathscr{A}$ est vraie.
Une démonstration par l'absurde de cette propriété consiste à faire :

1. on suppose que $\mathscr{A}$ est fausse ;
2. on montre que cela conduit à un résultat faux (« absurde »)

On peut alors en conclure que $\mathscr{A}$ est vraie.

Situation n°2

On souhaite démontrer :

Si $\mathscr{A}$ alors $\mathscr{B}$

Une démonstration par l'absurde de cette propriété consiste à faire :

1. on suppose que $\mathscr{A}$ et la **négation** de $\mathscr{B}$ sont vraies ;
2. on montre que cela conduit à un résultat faux (« absurde »)

La propriété est ainsi démontrée.

Une explication de la validité de ce raisonnement est donnée dans la section 3.

2 Exemples

Exercice n° 1

Démontrer la propriété suivante appelée « lemme des tiroirs[1] » :

Soit n un entier non nul et p un entier **strictement supérieur** à n.
Si vous devez ranger p objets dans n cases alors il y aura au moins une case contenant au moins 2 objets.

Exercice n° 2

Montrer que

$\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.

C'est-à-dire

il n'existe pas d'entier relatif p et d'entier naturel q tel que $\frac{1}{3} = \frac{p}{10^q}$

Exercice n° 3

Montrer que :

$\sqrt{2}$ est irrationnel.

c'est-à-dire :

il n'existe pas d'entier relatif p et d'entier naturel non nul q tel que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$

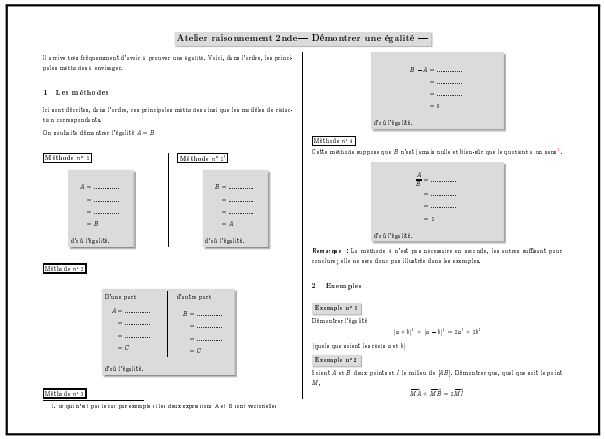
Exercice n° 4

Montrer que la somme d'un nombre rationnel et d'un nombre irrationnel est un nombre irrationnel.

Exercice n° 5

On se place dans un repère orthonormé. Montrer qu'on ne peut pas former de triangle équilatéral (non réduit à un point) avec ses trois sommets à coordonnées entières.
On admettra que $\sqrt{3}$ est irrationnel et on rappelle que l'aire d'un triangle équilatéral de côté de mesure a est égale à $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

1. Elle fera l'objet d'un autre atelier car elle décisive dans de nombreux raisonnements.



Atelier raisonnement 2nde— Démontrer une égalité —

Il arrive très fréquemment d'avoir à prouver une égalité. Voici, dans l'ordre, les principales méthodes à envisager.

1 Les méthodes

Ici sont décrites, dans l'ordre, ces principales méthodes ainsi que les modèles de rédaction correspondants.
On souhaite démontrer l'égalité $A = B$

Méthode n° 1

$A = \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$
$= B$
d'où l'égalité.

Méthode n° 2

$B = \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$
$= A$
d'où l'égalité.

Méthode n° 3

D'une part
$A = \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$
$= C$

d'autre part
$B = \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$
$= C$

d'où l'égalité.

Méthode n° 4

$B - A = \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$
$= 0$
d'où l'égalité.

Méthode n° 5

Cette méthode suppose que B n'est jamais nulle et bien-sûr que le quotient a un sens[1].

$\frac{A}{B} = \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots$
$= 1$
d'où l'égalité.

Remarque : Les méthodes 4 n'est pas nécessaire en soi seule, les autres suffisant pour conclure ; elle ne sera donc pas illustrée dans les exemples.

2 Exemples

Exemple n° 1

Démontrer l'égalité

$$|a+b|^2 + |a-b|^2 = 2a^2 + 2b^2$$

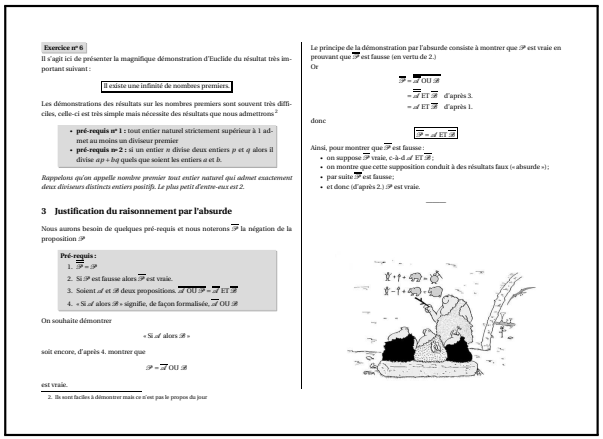
[quels que soient les réels a et b]

Exemple n° 2

Soient A et B deux points et I le milieu de $[AB]$. Démontrer que, quel que soit le point M,

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$$

1. ce qui n'est pas le cas par exemple si les deux expressions A et B sont nulles tous



Exercice n° 6

Il s'agit ici de présenter la magnifique démonstration d'Euclide du résultat très important suivant :

Il existe une infinité de nombres premiers.

Les démonstrations des résultats sur les nombres premiers sont souvent très difficiles, celle-ci est très simple mais nécessite des résultats que nous admettrons[2]

- **pré-requis n° 1 :** tout entier naturel strictement supérieur à 1 admet au moins un diviseur premier
- **pré-requis n° 2 :** si un entier n divise deux entiers p et q alors il divise $ap + bq$ quels que soient les entiers a et b.

Rappelons qu'on appelle nombre premier tout entier naturel qui admet exactement deux diviseurs distincts entiers positifs. Le plus petit d'entre-eux est 2.

3 Justification du raisonnement par l'absurde

Nous aurons besoin de quelques pré-requis et nous noterons $\overline{\mathscr{P}}$ la négation de la proposition $\mathscr{P}$

Pré-requis :
1. $\overline{\overline{\mathscr{P}}} = \mathscr{P}$
2. Si $\mathscr{P}$ est fausse alors $\overline{\mathscr{P}}$ est vraie.
3. Soient $\mathscr{A}$ et $\mathscr{B}$ deux propositions. $\overline{\mathscr{A} \text{ OU } \mathscr{B}} = \overline{\mathscr{A}} \text{ ET } \overline{\mathscr{B}}$
4. « Si $\mathscr{A}$ alors $\mathscr{B}$ » signifie, de façon formalisée, $\overline{\mathscr{A}}$ OU $\mathscr{B}$

On souhaite démontrer

« Si $\mathscr{A}$ alors $\mathscr{B}$ »

soit encore, d'après 4. montrer que

$\mathscr{P} = \overline{\mathscr{A}}$ OU $\mathscr{B}$

est vraie.

Le principe de la démonstration par l'absurde consiste à montrer que $\mathscr{P}$ est vraie en prouvant que $\overline{\mathscr{P}}$ est fausse (en vertu de 2.)
Or

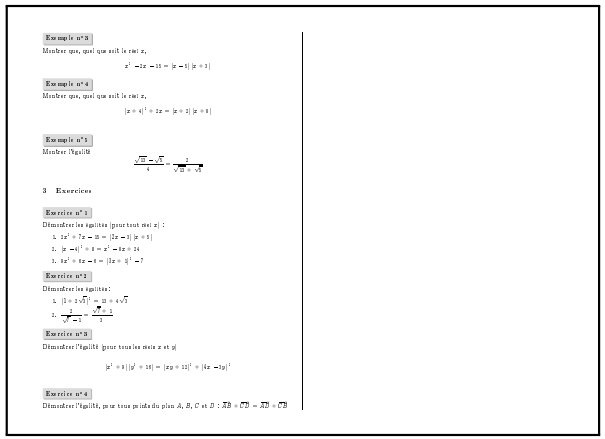
$\overline{\mathscr{P}} = \overline{\mathscr{A} \text{ OU } \mathscr{B}}$
$= \overline{\mathscr{A}} \text{ ET } \overline{\mathscr{B}}$ d'après 3.
$= \mathscr{A} \text{ ET } \overline{\mathscr{B}}$ d'après 1.

donc

$\overline{\mathscr{P}} = \mathscr{A} \text{ ET } \overline{\mathscr{B}}$

Ainsi, pour montrer que $\overline{\mathscr{P}}$ est fausse :
- on suppose $\overline{\mathscr{P}}$ vraie, c-à-d $\mathscr{A}$ ET $\overline{\mathscr{B}}$;
- on montre que cette supposition conduit à des résultats faux (« absurde ») ;
- par suite $\overline{\mathscr{P}}$ est fausse ;
- et donc (d'après 2.) $\mathscr{P}$ est vraie.

2. Ils sont faciles à démontrer mais ce n'est pas le propos du jour



Exemple n° 3

Montrer que, quel que soit le réel x,

$$x^2 - 2x - 15 = |x-5|\,|x+3|$$

Exemple n° 4

Montrer que, quel que soit le réel x,

$$|x+4|^2 + 2x = |x+2|\,|x+6|$$

Exemple n° 5

Montrer l'égalité

$$\frac{\sqrt{n} - \sqrt{1}}{n-1} = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{1}}$$

3 Exercices

Exercice n° 1

Démontrer les égalités [pour tout réel x] :
1. $2x^2 + 7x - 15 = |2x-3|\,|x+5|$
2. $|x-4|^2 + 8 = x^2 - 8x + 24$
3. $3x^2 + 6x - 4 = |2x+3|^2 - 7$

Exercice n° 2

Démontrer les égalités :
1. $|1 + 2\sqrt{3}|^2 = 13 + 4\sqrt{3}$
2. $\frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{1}$

Exercice n° 3

Démontrer l'égalité [pour tous les réels x et y]

$$|x|^2 + 1\,|y|^2 + 16| = |xy + 12|^2 + |4x - 1y|^2$$

Exercice n° 4

Démontrer l'égalité, pour tous points du plan A, B, C et D : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

Activités du labo-math/info du Lycée Dupuy de Lôme – 2023/2024 —

P Géhanne, coordonnateur du labo

Actions menées tout au long de l'année
- Mathématicien ou informaticien du mois
- Thèmes mathématiques du mois
- Métiers liés aux mathématiques ou à l'informatique du mois
- **Ateliers raisonnements ou techniques**
- Challenge du labo-maths
- "Préparation aux olympiades"

Actions ponctuelles du labo
- Elles bougent pour l'orientation
- Sciences au féminin
- Girls can code

Quelques perspectives

Challenge du labo-maths

Je propose tous les mois, un nouveau problème (mathématique ou/et informatique) plus ou moins original (Je suis contraint de laisser de côtés une multitude de très beaux problèmes mais classiques afin d'éviter que la recherche d'une solution ne se résume à effectuer des recherches sur internet via par exemple google lens) pour chaque niveau (2nde, première, terminale). Je me charge également de la correction des copies. Quelques exemples:

SECONDE

Niveau : réservé aux élèves de seconde.

Ce problème comporte 2 questions indépendantes, vous pouvez n'en traiter qu'une des deux, elles rapporteront chacune au plus 3 points.

Soient A, B et C trois polygones réguliers à a, b et c côtés respectivement.
Nous noterons :

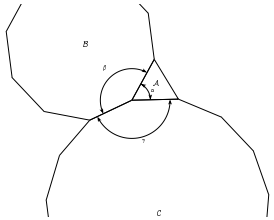
- α l'angle géométrique entre deux côtés consécutifs de A ;
- β l'angle géométrique entre deux côtés consécutifs de B ;
- γ l'angle géométrique entre deux côtés consécutifs de C ;

Nous dirons que A, B et C forment un pavage local (autour d'un point) lorsque

$$\alpha + \beta + \gamma = 360$$

(Les angles étant ici en degrés)

Ci-dessous un exemple d'un tel pavage.



Question n° 1 :
Montrer que A, B et C forment un pavage local (autour d'un point) lorsque :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$$

Une question reste alors en suspens : quel est l'ensemble des triplets (a,b,c) réalisant un tel pavage local ?

Question n° 2 :
Proposer un programme python permettant d'afficher tous les triplets (a,b,c) d'entiers naturels non nuls tels que

$$a \leqslant b \leqslant c \quad \text{et} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$$

(On admettra qu'il n'existe pas de tels entiers au dessus de 43)
Votre algorithme devra renvoyer tous les triplets solutions, sans répétition et en respectant les deux contraintes ci-dessus.

PREMIÈRE

Niveau : réservé aux élèves de Première.

La résolution de ce problème peut rapporter au plus 4 points

Énoncé : Soient x, y et z les mesures d'un **triangle** non réduit à un point et non aplati.
Montrez l'inégalité ci-dessous :

$$\frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y} < 2$$

Indication : *Par symétrie du problème on pourra supposer, sans perte de généralité, que les réels x et y et z vérifient :*

$$0 < z \leqslant y \leqslant z$$

TERMINALE

Niveau : réservé aux élèves de terminale.

La résolution de ce problème peut rapporter au plus 4 points

Au 18e siècle, un mathématicien a conjecturé la propriété suivante :

> Tout entier **impair** supérieur ou égal à 5 peut s'écrire comme la somme d'un nombre premier et du double d'un carré (d'un entier naturel éventuellement nul).

Par exemple :

- $15 = 7 + 2 \times 2^2$ | - $17 = 17 + 2 \times 0^2$ | - $21 = 3 + 2 \times 3^2$ | - $25 = 7 + 2 \times 3^2$

En fait cette conjecture est fausse ! !

Énoncé :
Proposer un algorithme python renvoyant le plus petit entier impair supérieur ou égal à 5 qui ne peut pas s'écrire comme la somme d'un nombre premier et du double d'un carré.

On programmera au préalable une fonction Estpremier(n) prenant comme argument un entier naturel n et renvoyant True ou False (première lettre en majuscule, c'est important) suivant que n est premier ou pas. Pour le code de cette fonction, on se contentera d'une version naïve [1] utilisant le critère suivant :
Soit n un entier naturel,

- Si $n = 0$ ou $n = 1$ alors n n'est pas premier ;
- sinon :
  - si $n = 2$ alors n est premier ;
  - sinon
    - si n est pair alors n n'est pas premier
    - sinon :
      - si n n'est divisible par aucun entier naturel q supérieur ou égal à 2 tel que $q^2 \leqslant n$ alors n est premier
      - sinon, il n'est pas premier.

Cette fonction peut ainsi être utilisée dans des tests comme par exemple :

```
# p est une variable définie précédemment
# et contient un entier naturel
if Estpremier(p):
    print("c'est un nombre premier")
else:
    print("ce n'est pas un nombre premier")
```

Rappels :

- Si vous avez besoin de certaines fonctions comme la racine carrée, vous pouvez mettre en en-tête de script :
  `from math import *`
  La fonction racine carrée s'obtient alors avec sqrt
- Le reste de la division euclidienne de l'entier a par l'entier non nul b est donnée par $a\%b$, le quotient entier par $a//b$

Pour nos réponses, vous déposerez dans la boîte à lettres, une copie de votre code et vous enverrez votre fichier python par mail à l'adresse pascal.gehanne@ac-rennes.fr en n'oubliant pas de préciser, dans le corps du message ainsi que dans le script, vos noms, prénoms, votre classe ainsi que le nom de votre professeur de mathématiques.

1. car peu performante mais suffisante ici

"Préparation aux olympiades"

Nous nous sommes décidés tardivement à proposer aux élèves volontaires une inscription aux olympiades, il n'a donc été possible d'organiser que 2 créneaux de 2H pour la préparation. J'ai assuré cette année cette préparation mais nous envisageons l'année prochaine de commencer plus tôt cette préparation avec davantage de séances et d'intervenants (CPGE ou non).
Sur les 3 équipes présentées cette année, l'une s'est classée **première au niveau académique**.

Actions ponctuelles du labo

Le fil directeur des différentes actions menées cette année consiste en la promotion des études scientifiques auprès des jeunes filles. C'est une des motivations principales pour la création de ce labo.

- Action "Elles bougent pour l'orientation"
- Action "Sciences au féminin"
- Action "Girls can code"

L'organisation de ces actions est gérée principalement par **Mme Sonia Lorho**, aidée par de nombreux collègues du lycée.
Quelques photos:

Actions menées tout au long de l'année
Mathématicien ou informaticien du mois
Thèmes mathématiques du mois
Métiers liés aux mathématiques ou à l'informatique du mois
Ateliers raisonnements ou techniques
Challenge du labo-maths
"Préparation aux olympiades"
Actions ponctuelles du labo
Elles bougent pour l'orientation
Sciences au féminin
Girls can code
Quelques perspectives

"Elles bougent pour l'orientation"

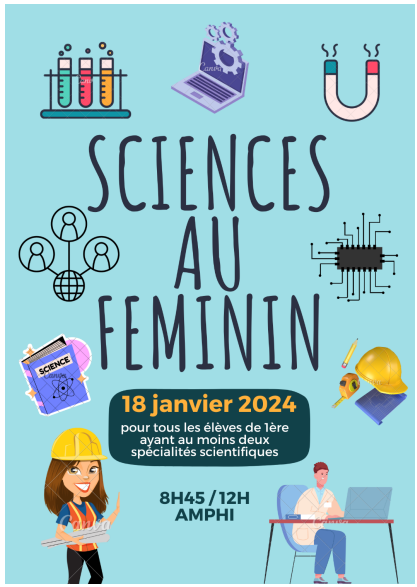
Cette action s'est déroulée le 7 décembre 2023 au matin en partenariat avec l'association elles bougent
Il y avait 72 élèves filles volontaires de seconde

- **Organisateurs :** Sonia Lorho ; Cécile Le Rudulier ; Céline Vincent
- **Intervenants :** Une dizaine de femmes bénévoles travaillant dans des domaines scientifiques
- **Format :** présentation en amphi + speed-meetings en petits groupes
- **Encadrement :** 5 enseignants : Pierrick Soleillant ; Sonia Lorho ; Cécile Le Rudulier ; Céline Vincent ; Karine Leriche ; Claire Jegouzo/Catherine Belz.

Sciences au féminin

Cette action s'est déroulée le 18 janvier 2024 au matin.
Il y avait 170 élèves de première, filles **et** garçons, ayant au moins deux spécialités scientifiques.

- **Organisateurs :** Sonia Lorho ; Cécile Le Rudulier ;
- **Intervenants :** Une trentaine de femmes bénévoles travaillant dans des domaines scientifiques variés;
- **Format :** présentation en amphi + speed-meetings en petits groupes;
- **Encadrement :** une douzaine d'enseignants.



Girls can code

Cette action s'est déroulée le 12 avril 2024 après-midi en partenariat avec l'association Prologin
Il y avait 38 élèves filles volontaires de seconde, première et terminale (toutes spécialités)

- **Organisateurs :** Sonia Lorho, Karine Leriche, Ludovic Billot;
- **Encadrement :** 6 étudiants ingénieurs bénévoles (école EPITA Rennes) + 1 enseignante du lycée;
- **Format :** mini-stages de codage en salles informatiques.

Quelques perspectives

- Création d'un groupe d'une vingtaine d'élèves volontaires pour participer au concours prologin. Le groupe se réunira mensuellement en salle info, encadré par un professeur.
- Vidéo du mois : chaque mois, il y aura une nouvelle affiche avec une brève description du thème et un QR-code pointant vers la vidéo correspondante.
- Orientation des jeunes filles: nous envisageons d'autres actions l'an prochain, sous différentes formes, en direction des élèves de 2nde (avant les choix de spécialités), 1ère (pour ouvrir l'orientation des filles vers les maths expertes notamment et pour envisager de conserver la spé NSI en terminale) mais aussi terminale (pour montrer les possibilités de choix de carrières scientifiques autres que médicales)
- etc.