

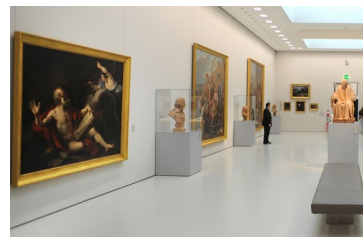
Activité : J'ai la recette !

Pour visiter un musée, il y a deux tarifs possibles :

- L'entrée à plein tarif à 3 €
- L'entrée à tarif réduit à 2 €.

A l'issue de la journée, la recette s'est élevée à 31 €.

On souhaite déterminer le nombre de visiteurs ce jour là.

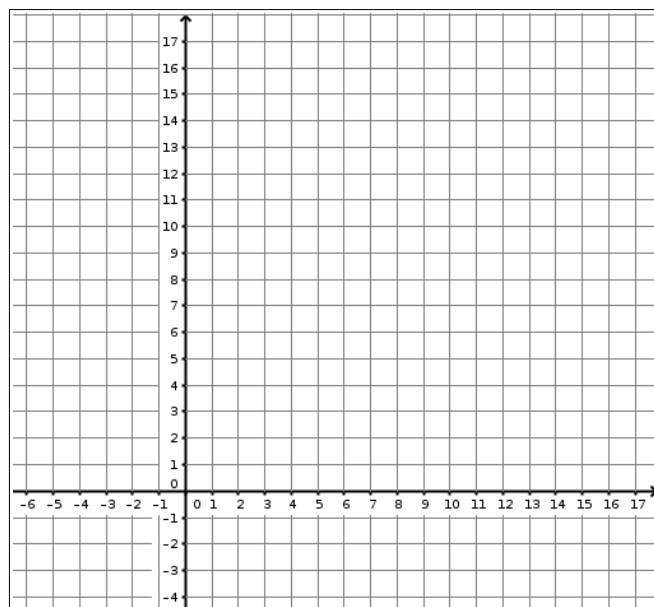


- 1) Vérifier que 5 entrées à plein tarif et 8 entrées à tarif réduit donnent bien une recette de 31 €.

- 2) On modélise la situation en appelant x le nombre de visiteurs à tarif plein et y celui à tarif réduit. Compte tenu de la recette obtenue, quelle relation peut-on écrire entre x et y ?

- 3) Rechercher tous les couples d'entiers naturels $(x ; y)$ qui vérifient la relation précédente. On a ainsi obtenu toutes les solutions possibles au problème de départ.

- 4) Les couples (x, y) obtenus à la question précédente sont les coordonnées de points que l'on nomme A, B, C, D et E. Placer ces points dans le repère ci-contre. Qu'observe-t-on ?
Démontrer le pour les points A, B et C.



- 5) a) Existe-t-il d'autres points à coordonnées non nécessairement entières alignés avec les points A, B, C, D et E ?

b) Tracer la droite (AB). Le point F(2,5 ; 12) est-il sur la droite ?

6) La relation $3x + 2y = 31$ associée au problème peut être mise sous la forme $3x + 2y - 31 = 0$.
Cette égalité caractérisant la droite est appelée équation cartésienne.

Généralisation à retenir :

On se place dans le plan muni d'un repère (O,I,J).

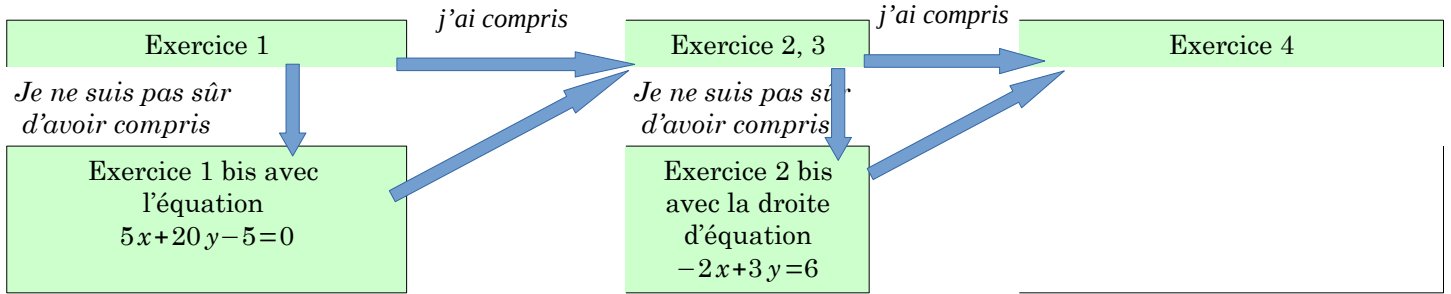
→ Soient a, b et c trois réels fixés, l'ensemble des points M(x, y) tels que $ax + by + c = 0$ est une droite, cette égalité s'appelle une équation cartésienne de droite.

→ Dans l'activité, des vecteurs tels que \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{BC} sont appelés des **vecteurs directeurs** de cette droite. Ils sont tous colinéaires entre eux.

a) Calculer l'ordonnée du point d'abscisse 2,3 de cette droite.

b) Calculer l'abscisse du point d'ordonnée 17 de cette droite.

Fiche 1 : Utiliser des équations cartésiennes de droites



Exercice 1 On travaille dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Les points $A(5; -1)$, $B\left(0; \frac{1}{4}\right)$ et $C\left(\frac{-2}{3}; 0\right)$ appartiennent-ils à la droite (d) d'équation cartésienne $3x - 8y + 2 = 0$?

Méthode à retenir:

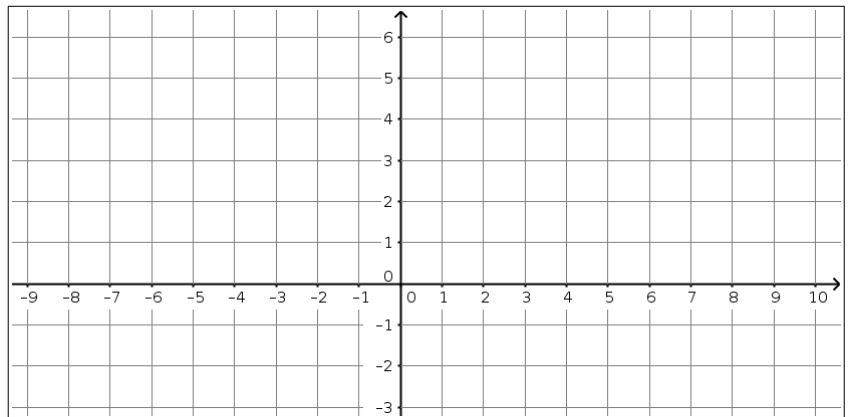
Pour savoir si un point appartient à une droite dont on connaît une équation cartésienne,

.....

Exercice 2

Tracer les droites suivantes dans le repère orthonormé.

- $(d_1) : -2x + 5y - 2 = 0$ $(d_3) : y = 3$
 $(d_2) : y = -4x + 5$ $(d_4) : 2x + 4 = 0$



Méthode à retenir:

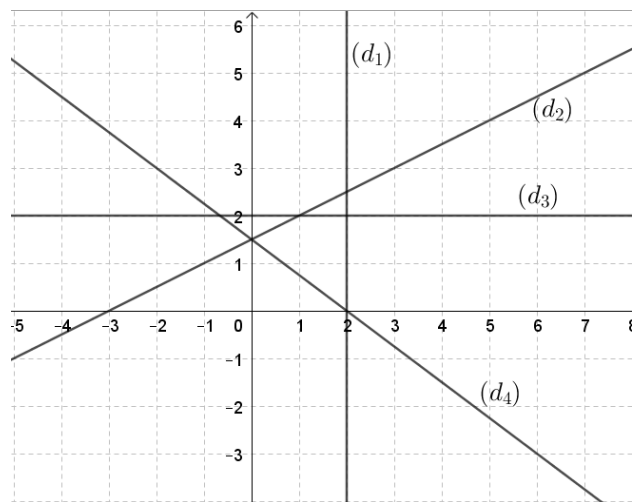
Pour tracer une droite à partir d'une équation cartésienne,

.....

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on a représenté les droites (d_1) , (d_2) , (d_3) et (d_4) suivantes. Associer chaque droite à une équation cartésienne parmi celles indiquées. Justifier chaque réponse.

- $(E_1) : 3x + 4y - 6 = 0$ $(E_3) : x = 2$
 $(E_2) : -x + 2y - 3 = 0$ $(E_4) : y = 2$

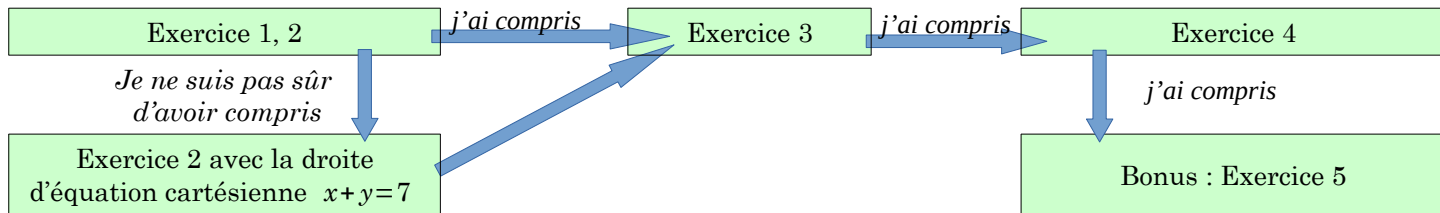


Exercice 4

On considère la droite d'équation $-3x + 2y - 6 = 0$. Déterminer les coordonnées du point de cette droite :

- a) ayant une abscisse égale à 3 b) ayant une ordonnée égale à -6 c) situé sur l'axe des abscisses

Fiche 2 : Vecteurs directeurs



Définition: A partir de deux points distincts A et B d'une droite, on obtient un vecteur directeur \vec{AB} de cette droite.

Méthode à retenir :

Pour déterminer un vecteur directeur d'une droite, je trouve les coordonnées de deux points de la droite et je calcule les coordonnées d'un vecteur formé avec ces deux points.

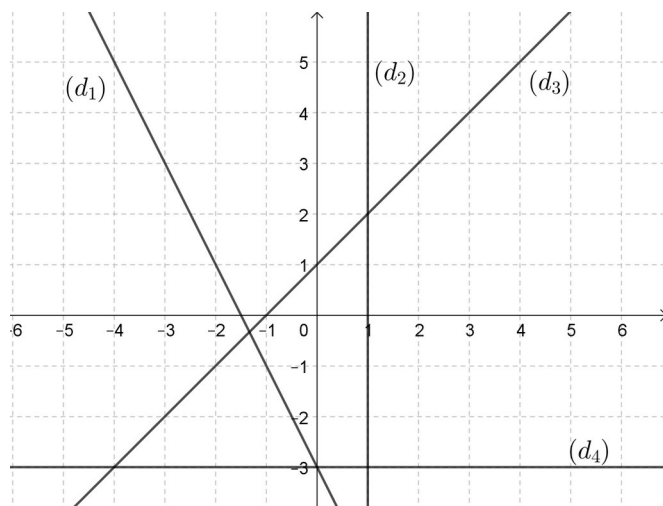
Exercice 1 : On munit le plan d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Remplir le tableau.

Droite d'équation	Points	Un vecteur directeur	Deux autres vecteurs directeurs
$(d_1): 2x+5y-1=0$	A(-2; 1) B(3; -1)	$\vec{AB} \begin{pmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{pmatrix}$...
$(d_2): -x+2y+5=0$	A(-2; -3,5)
$(d_3): x+2=0$

Exercice 2 : On munit le plan d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère la droite (d) d'équation cartésienne $4x-2y+3=0$.

- 1) Déterminer les coordonnées des points A et B de cette droite d'abscisses respectives - 3 et 0.
- 2) Tracer cette droite.
- 3) Déterminer deux vecteurs directeurs de la droite (d) .

Exercice 3 : On considère les droites (d_1) , (d_2) , (d_3) et (d_4) du repère ci-contre. Déterminer deux vecteurs directeurs de chacune d'elles.



Exercice 4 : On munit le plan d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les droites (d_1) et (d_2) d'équations respectives $6x-4y+14=0$ et $9x-6y=0$.

- 1) Déterminer un vecteur directeur de la droite (d_1) et un vecteur directeur de la droite (d_2) .
- 2) Montrer que ces vecteurs sont colinéaires. Que peut-on en déduire à propos des droites (d_1) et (d_2) ?

Méthode à retenir :

Deux droites sont parallèles si

.....

Bonus : Exercice 5 :

Propriété : Soit (d) une droite d'équation cartésienne $ax+by+c=0$ alors $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d) .

Démonstration de cette propriété dans le cas où $a \neq 0$ et $b \neq 0$.

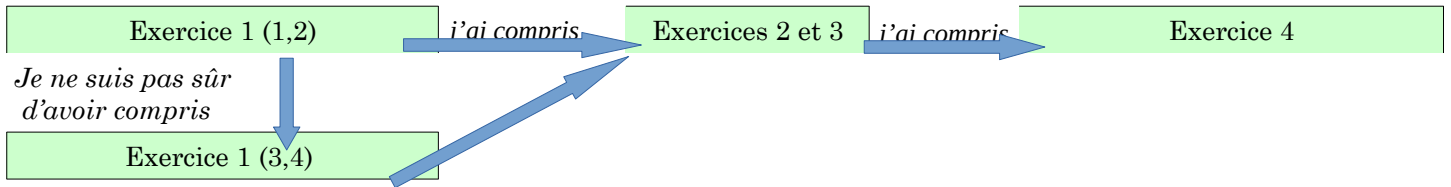
- 1) Soit A le point de (d) d'abscisse 0. Exprimer son ordonnée en fonction de a et b.
- 2) Soit B le point de (d) d'abscisse 1. Exprimer son ordonnée en fonction de a et b.
- 3) En déduire les coordonnées du vecteur \vec{AB} en fonction de a et de b.
- 4) Montrer que $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est bien colinéaire à \vec{AB} .
- 5) Application : Déterminer un vecteur directeur de chacune des droites :

$$(d_1) : 7x-4y+8=0$$

$$(d_2) : 3y=2$$

$$(d_3) : \frac{x}{2}-3=0$$

Fiche 3 : Équation cartésienne d'une droite



Méthode à retenir: Soit (d) la droite passant par $A(1;2)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Un point $M(x,y) \in (d)$ si et seulement si \vec{AM} et \vec{u} sont colinéaires donc si et seulement si le déterminant de \vec{AM} et \vec{u} est égal à 0.

Or $\vec{AM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, d'où $(x-1) \times 3 - (y-2) \times 4 = 0$ donc $3x - 3 - 4y + 8 = 0$ et ainsi $3x - 4y + 5 = 0$

Exercice 1

On se place dans un repère orthonormé. Pour chacune des droites suivantes, déterminer une équation cartésienne $ax+by+c=0$ de la droite (d) passant par A et de vecteur directeur \vec{u}

→ Vérifier votre réponse avec celle proposée en flashant le QR code

1) $A(3;5)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$	2) $A(-1;3)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	3) $A(3;-2)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	4) $A(-3;-6)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

Exercice 2

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-4;-1)$ et $B(2;2)$.

- Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
- Le point C d'abscisse 1 appartient à la droite (AB). Déterminer son ordonnée.
- Le point D d'ordonnée -2 appartient à la droite (AB). Déterminer son abscisse.

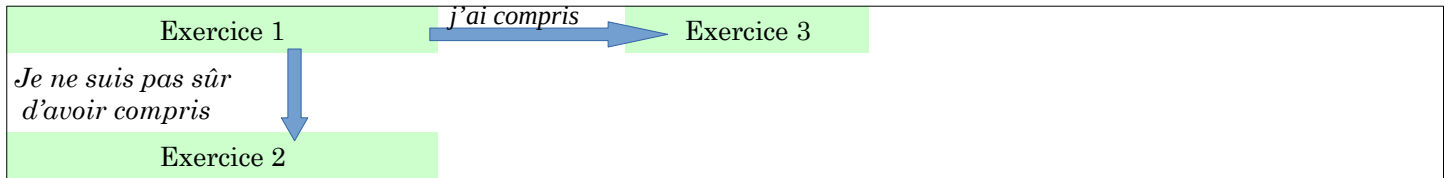
Exercice 3 Remplir le tableau suivant.

Une équation cartésienne	L'équation réduite
$-x+2y+3=0$	$y=\frac{x}{2}-\frac{3}{2}$
$3x+9=0$	$x=-3$
$4x+3y-5=0$	
	$y=\frac{-5}{3}x+4$
$3y+6=0$	
$-3x+8=0$	

Exercice 4

Dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère la droite (d_1) d'équation cartésienne $2x+5y+1=0$ et le point $A(-3; -2)$. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d_2) parallèle à (d_1) et passant par le point A.

Fiche 4 : Équations de droites et alignement



Exercice 1

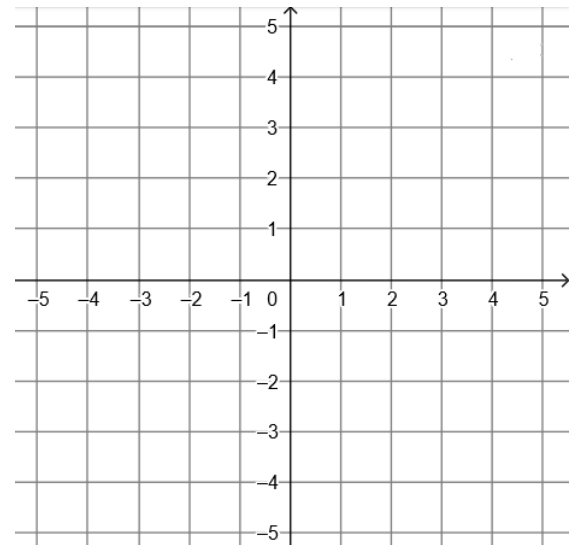
Soit $(O; I, J)$ un repère du plan. On considère les points $M(-1; 4)$, $N(3; -4)$ et $P(2; -2)$.

- 1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (MN) .
- 2) Les points M , N et P sont-ils alignés ? Justifier.

Exercice 2

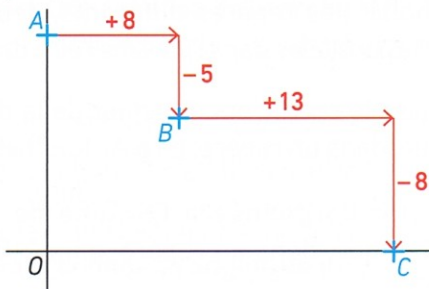
On considère les points $A(-4; -1)$ et $B(1; 3)$.

- 1) Placer les points A et B dans le repère ci-contre et tracer la droite (AB) .
- 2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
- 3) Soit $E(6; 7)$. Les points A , B et E sont-ils alignés ? Justifier.
- 4) Donner les coordonnées d'un point aligné avec A et B .



Exercice 3

Sur la figure ci-dessous, le graphique a été effacé.



Les points A , B et C sont-ils alignés ?
Justifier en utilisant deux méthodes distinctes.