



# LE PARADOXE DE BRAESS

## FICHE PROFESSEUR

- **Niveau :** Première Spécialité Mathématiques - **Durée :** 2 heures
- **Objectif pédagogique :**
  - Résoudre un problème en combinant les compétences mathématiques.
  - Résoudre un problème en mobilisant les connaissances et les méthodes apprises lors de l'étude des fonctions et des équations du second degré
- **La situation-problème :**

Les élèves étudient le temps de trajet sur un réseau routier en fonction deux types d'aménagements différents. Suite à cette étude, on aboutit à la conclusion que la suppression d'une voie de circulation sur le réseau permet fluidifier le trafic. Cette conclusion paraît surprenante, au sens où elle semble aller contre le sens commun ; elle est une illustration du paradoxe de Braess.
- **Pré-requis :**
  - Sens de variation des fonctions affines et du second degré
  - Résoudre une équation du second degré
- **Les consignes et la réalisation attendue :** Fiche élève à compléter. Travail individuel ou en binôme.
- **Déroulement et analyse du dispositif :**
  - **Phase 1 :** Les élèves prennent connaissance de l'activité. L'enseignant projette le premier réseau et s'assure que les élèves parviennent à interpréter correctement les résultats des calculs des parties 1 et 2 (30 minutes).
  - **Phase 2 :** Correction des parties 1 et 2 (20 minutes). Le professeur présente le second réseau et la nouvelle variable  $x$  qui permet de modéliser la répartition des usagers sur les deux itinéraires :  $x$  sur ABD et  $(1-x)$  sur ACD (10 minutes). Les élèves s'engagent sur la partie 3 (30 minutes).
  - **Phase 3 :** Correction de la partie 3 (10 minutes). Une discussion est proposée pour mettre en lumière le paradoxe de Braess (10 minutes).

*BILAN : « Pour fluidifier le trafic, parfois la solution consiste à fermer une route à la circulation. Étonnant non ? Cette situation fut observée en 1990 à New York lorsque la municipalité décida de fermer temporairement la 42e rue, l'une des plus congestionnées de la ville. Contre toute attente, cela a réduit les embouteillages sur le réseau ! C'est l'une des premières illustrations en situation réelle du paradoxe de Braess, un phénomène mis en évidence de manière théorique en 1968 par le mathématicien allemand du même nom... »*

d'après l'article de **Corinne Touati** « *Quand plus égale Moins* », publié le 11 janvier 2023 sur le site [interstices.info](http://interstices.info).
- **Points de vigilance**
  - Dans la partie 2, certains élèves ont eu des difficultés à calculer l'expression de la fonction TC.
  - Le paradoxe apparaît à la dernière question de l'activité. Il faut leur laisser du temps pour réfléchir à cette dernière question.

## LE PARADOXE DE BRAESS

- **Approfondissement ou prolongement possibles :**
  - Illustration de la répartition des usagers sur le réseau à l'aide d'une interface web disponible sur le site source de cette activité <https://interstices.info/quand-plus-egale-moins>
  - Lecture de l'article : <https://interstices.info/quand-plus-egale-moins>
- **Dans les programmes de Première Spécialité Mathématiques :**
  - Fonction polynôme du second degré
  - Résolution d'une équation du second degré
- **Les compétences mises en jeu au lycée :**

### Compétences pour lycée.

#### - Chercher

- Analyser un problème
- Extraire, organiser et traiter l'information utile

#### - Modéliser

- Traduire en langage mathématiques une situation réelle à l'aide de fonctions

#### - Représenter

- Choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique...) adapté pour traiter un problème ou pour représenter un objet mathématique.

#### - Raisonner

- Effectuer des inférences (inductives, déductives) pour obtenir de nouveaux résultats, confirmer ou infirmer une conjecture, prendre une décision

#### - Calculer

- Exercer l'intelligence du calcul

#### - Communiquer

- Développer une argumentation mathématique correcte à l'écrit et à l'oral