# Un exemple de progression de l'enseignement de spécialité mathématiques en terminale

| Chapitres | Contenus<br>Analyse – 4h/semaine |
|---|---|
| **Suites 1** | Suite tendant vers $+\infty$ . Cas des suites croissantes non majorées.<br>Suites tendant vers $-\infty$ .<br>Suite convergente.<br>Opérations sur les limites.<br>Comportement d'une suite géométrique $(q^n)$ où q est un nombre réel. |
| **Continuité des fonctions d'une variable réelle** | *Étude de fonctions*<br>Composée de deux fonctions. Relation $(v\circ u)'=(v'\circ u)\times u'$ pour la composée de deux fonctions dérivables.<br>Fonction continue en un point, sur un intervalle.<br>Toute fonction dérivable est continue.<br>Théorème des valeurs intermédiaires. Cas des fonctions continues strictement monotones. |
| **Limites de fonctions** | Limite finie ou infinie d'une fonction en $+\infty$ , en $-\infty$ , en un point. Asymptote parallèle à un axe de coordonnées.<br>Limites faisant intervenir des fonctions de références étudiées en classe de première : puissances entières, racine carrée, fonction exponentielle.<br>Limites et comparaison.<br>Opérations sur les limites. |
| **Fonction logarithme** | Fonction logarithme népérien, construite comme réciproque de la fonction exponentielle.<br>Propriétés algébriques du logarithme.<br>Fonction dérivée du logarithme, variations.<br>Limites en 0, en $+\infty$ , courbe représentative. Lien entre les courbes représentatives des fonctions logarithme népérien et exponentielles.<br>Croissance comparée du logarithme népérien et de $x\rightarrow x^n$ en 0 et en $+\infty$ . |
| **Suites 2** | Limites et comparaison. Théorème des gendarmes.<br>Théorème admis : toute suite croissante majorée (ou décroissante minorée) converge. |
| **Compléments sur la dérivation** | Dérivée seconde d'une fonction.<br>Fonction convexe sur un intervalle : définition par la position relative de la courbe représentative et des sécantes.<br>Pour une fonction deux fois dérivable, équivalence admise avec la croissance de $f'$ et la positivité de $f''$ .<br>Point d'inflexion. |

| Chapitres | Contenus<br>Géométrie, Combinatoire, Probabilités – 2h/semaine |
|---|---|
| **Vecteurs, droites et plans de l'espace 1** | Vecteurs de l'espace. Translations.<br>Combinaisons linéaires de vecteurs de l'espace.<br>Droites de l'espace. Vecteurs directeurs d'une droite. Vecteurs colinéaires.<br>Caractérisation d'une droite par un point et un vecteur directeur.<br>Bases et repères de l'espace. Décomposition d'un vecteur dans une base.<br>Représentation paramétrique d'une droite. |
| **Combinatoire et dénombrement 1** | Principe additif : nombre d'éléments d'une réunion d'ensembles deux à deux disjoints.<br>Principe multiplication : nombre d'éléments d'un produit cartésien. Nombre de k-uplets d'un ensemble à n éléments.<br>Nombre des parties d'un ensemble à n éléments. Lien avec les n-uplets de {0,1}, les mots de longueur n sur un alphabet à deux éléments. |
| **Vecteurs, droites et plans de l'espace 2** | Plans de l'espace. Direction d'un plan de l'espace.<br>Caractérisation d'un plan de l'espace par un point et un coupe de vecteurs non colinéaires. |
| **Combinatoire et dénombrement 2** | Nombre des k-uplets d'éléments distincts d'un ensemble à n éléments. Définition de n ! Nombre de permutations d'un ensemble fini à n éléments.<br>Combinaisons de k éléments d'un ensemble à n éléments : parties à k éléments de l'ensemble. Représentations en terme de mots ou de chemins.<br>Pour $0\leqslant k\leqslant n$ , formules $\binom{n}{k}=\frac{n(n-1)...(n-k+1)}{k!}=\frac{n!}{(n-k)!k!}$<br>Explicitation pour k = 0, 1, 2. Symétrie. Relation et triangle de Pascal. |
| **Orthogonalité et distances dans l'espace 1** | Produit scalaire de deux vecteurs de l'espace, bilinéarité, symétrie.<br>Orthogonalité de deux vecteurs. Caractérisation par le produit scalaire.<br>Base orthonormée. Repère orthonormé.<br>Coordonnée d'un vecteur dans une base orthonormée. Expressions du produit scalaire et de la norme. Expression de la distance entre deux points.<br>Développement de $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2$ , formules de polarisation. |

| Chapitres | Contenus<br>Analyse – 4h/semaine |
|---|---|
| **Primitives, équations différentielles 1** | Équations différentielles $y' = f$. Notion de primitive d'une fonction continue sur un intervalle.<br>Deux primitives d'une même fonction continues sur un intervalle diffèrent d'une constante.<br>Primitives des fonctions de référence : $x \to x^n$ pour $n \in \mathbb{Z}$, $x \to \frac{1}{\sqrt{x}}$, exponentielle. |
| **Primitives, équations différentielles 2** | Équation différentielle $y' = ay$, où $a$ est un réel ; allure des courbes.<br>Équation différentielle $y' = ay + b$. |
| **Calcul intégral 1** | Définition de l'intégrale d'une fonction continue positive définie sur un segment $[a;b]$ comme aire sous la courbe représentative de $f$. Notation $\int_a^b f(x)\,dx$.<br>Théorème : si $f$ est une fonction continue positive sur $[a;b]$, alors la fonction $F_a$ définie sur $[a;b]$ par $F_a(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ est la primitive de $f$ qui s'annule en $a$.<br>Sous les mêmes hypothèses, relation $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$ où $F$ est une primitive quelconque de $f$. Notation $[F(x)]_a^b$. |
| **Fonctions sinus et cosinus** | Dérivées, variations, courbes représentatives, primitives. |
| **Calcul intégral 2** | Théorème : toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives.<br>Définition par les primitives de $\int_a^b f(x)\,dx$ lorsque $f$ est une fonction continue de signe quelconque sur un intervalle contenant $a$ et $b$.<br>Linéarité, positivité et intégration des inégalités. Relation de Chasles.<br>Valeur moyenne d'une fonction.<br>Intégration par parties. |

| Chapitres | Contenus<br>Géométrie, Combinatoire, Probabilités – 2h/semaine |
|---|---|
| **Succession d'épreuves indépendantes, schéma de Bernoulli** | Modèle de la succession d'épreuves indépendantes<br>Représentation par un produit cartésien, par un arbre.<br>Épreuve de Bernoulli. Loi de Bernoulli.<br>Schéma de Bernoulli : répétition de n épreuves de Bernoulli indépendantes.<br>Lien entre le nombre des parties d'un ensemble à n éléments et les chemins dans un arbre, les issues dans une succession de n épreuves de Bernoulli.<br>Loi binomiale $B(n, p)$ : loi du nombre de succès. Expression à l'aide des coefficients binomiaux. |
| **Orthogonalité et distances dans l'espace 2** | Orthogonalité de deux droites, d'un plan et d'une droite.<br>Vecteur normal à un plan. Étant donnée un point A et un vecteur non nul $\vec{n}$, plan passant par A et normal à $\vec{n}$.<br>Équation cartésienne d'un plan.<br>Projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan. |
| **Somme de variables aléatoires** | Somme de deux variables aléatoires. Linéarité de l'espérance : $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$ et $E(aX) = aE(X)$.<br>Dans le cadre de la succession d'épreuves indépendantes, exemples de variables indépendantes X, Y et relation d'additivité $V(X+Y) = V(X) + V(Y)$.<br>Relation $V(aX) = a^2 V(X)$.<br>Application à l'espérance, la variance et l'écart type de la loi binomiale.<br>Échantillon de taille n d'une loi de probabilité : liste $(X_1, \ldots, X_n)$ de variables indépendantes identiques suivant cette loi. Espérance, variance, écart type de la somme $S_n = X_1 + \ldots + X_n$ et de la moyenne $M_n = S_n / n$. |
| **Concentration, loi des grands nombres** | Inégalité de Biennaymé-Tchebychev. Pour une variable aléatoire X d'espérance μ et de variance V, et quelque soit le réel strictement positif δ : $P(\lvert X - \mu \rvert \geqslant \delta) \leqslant \frac{V(X)}{\delta^2}$.<br>Inégalité de concentration. Si $M_n$ est la variable aléatoire moyenne d'un échantillon de taille n d'une variable aléatoire d'espérance μ et de variance V, alors pour tout δ>0, $P(\lvert M_n - \mu \rvert \geqslant \delta) \leqslant \frac{V(X)}{n\delta^2}$.<br>Loi des grands nombres. |