Quantificateurs : Introduction

Fiche élève

Enoncé 1 :

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2$.
Le but est de savoir si $f(x) = 2x + 2$.
a) Tester l'égalité avec $x = 0$ et avec $x = 2$.
b) Peut-on dire que $f(x) = 2x + 2$? Peut-on dire que $f(x) \neq 2x + 2$?

2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (2x + 2)^2 - (3x^2 + 8x + 2)$.

Peut-on dire que pour tout réel x, $g(x) = f(x)$? Justifier la réponse.

3. Calculer $g(2)$.

Enoncé 2 :
Montrer que la proposition suivante est fausse :
Pour tout nombre réel x, $(3x - 7)(99x + 9) = 300x^2 - x\left(3 + \dfrac{x}{16}\right)$.

Fiche professeur.e

Niveau :
Seconde.

Durée :
Environ 1h.

But de l'activité :
Introduire les quantificateurs et un travail sur l'égalité .
Savoir montrer qu'une égalité " quelque soit x " est fausse en cherchant un contre-exemple.
Introduire que la négation de " pour tout x" est " il existe (au moins) un x ".

Déroulé :
Enoncé 1 :
L'énoncé peut être déroutant pour les élèves. On peut envisager un temps de lecture commun de la consigne.
On laissera un temps d'échange entre les élèves pour introduire la nécessité des quantificateurs.
Enoncé 2 :
En fin de séance, en travail individuel.

A propos de l'énoncé :
Enoncé 1 :
Il n'y a volontairement aucun quantificateur dans la première question de l'énoncé 1 puisque l'objectif est d'introduire les quantificateurs.
Nous avons volontairement choisi une égalité simple à tester, dont l'étude peut paraitre évidente. Elle l'est effectivement pour certains élèves, le débat est d'autant plus riche.
La question " Peut-on dire que $f(x) \neq 2x+2$ " est posée volontairement sans quantificateur. Elle a pour but d'engager une discussion et permet d'introduire la nécessité des quantificateurs.
Pour montrer que deux fonctions sont égales sur un intervalle I, on prouvera :

pour tout $x \in I$, $f(x) = g(x)$.

Pour montrer que deux fonctions ne sont pas égales sur I, on prouvera :

il existe $x \in I$, $f(x) \neq g(x)$.

Enoncé 2 :
L'expression est complexe à développer pour que l'idée d'utiliser un contre-exemple soit plus naturelle. Cela suffit pour démontrer que l'égalité est fausse. Ici, la valeur $x = 0$ est simple à utiliser.

Prérequis :
Calcul algébrique.

Lien avec le programme :
Quantificateurs, Calcul algébrique, Fonctions.

Mots clefs :
Quantificateurs, Calcul algébrique, Fonctions.

Prolongement :
Les exercices sur les différentes expressions d’une même fonction permettent de poursuivre le travail sur les quantificateurs toute l'année.