RAISONNEMENT AU COLLÈGE

Séance 1 : Défi de classe corrigé

__1.__ **C'est 21**. On calcule la somme des deux entiers précédents. *(Suite de Fibonnacci.)*
1 + 1 = 2 1+ 2 = 3 2 + 3 = 5 3 + 5 = 8 5 + 8 = 13 8 + 13 = **21**

__2.__ __Démontrons que le triangle ABC est rectangle en B__ :
[AC] est le plus grand côté. Calculons séparément :
$AB^2 + BC^2 = 5{,}5^2 + 4{,}8^2 = 30{,}25 + 23{,}04 = 53{,}29$
Et $AC^2 = 7{,}3^2 = 53{,}29$.
On déduit : $AB^2 + BC^2 = AC^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B. **Vrai.**

__3.__ **Faux.** On peut trouver un contre-exemple : un blond avec des yeux de couleur marron.

__4.__ **Faux.** Le nombre de maillons a doublé (30 = 15 × 2) mais pas le prix : 9 × 2 = 18 ≠ 16
donc le prix d'une chaîne n'est pas proportionnel au nombre de maillons.

__5.__ Pour 1 étage → 1 cube
Pour 2 étages → 1 + 2 = 3 cubes
Pour 3 étages → 1 + 2 + 3 = 6 cubes
Pour 4 étages → 1 + 2 + 3 + 4 = 10 cubes

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Le nombre de cubes nécessaires pour former l'étage n est donné par la somme des entiers de 1 à n.
Donc pour 10 étages → 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55. **Il faut 55 cubes.**

__6.__ a étant le triple de c, on déduit que a et c sont **de même signe.**

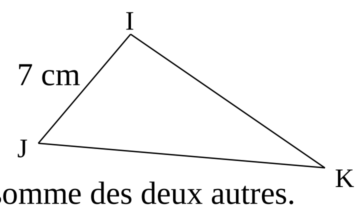
- Si a ≥ 0, alors c ≥ 0, donc ac ≥ 0 car le produit de deux positifs est positif. On déduit b est donc négatif.
- Si a ≤ 0, alors c ≤ 0, donc ac ≥ 0 car le produit de deux négatifs est positif. On déduit b est donc négatif.

b est négatif.

__7.__ **Faux.** On peut trouver un contre-exemple : 2 est le seul nombre pair et premier.

__8.__ Le prochain polygone est un polygone à 6 côtés de même longueur : **un hexagone régulier.**

__9.__ **Faux.** On peut trouver un contre-exemple : $(0{,}5)^2 = 0{,}25$ et $0{,}5 > 0{,}25$



__10.__ On sait que le périmètre de IJK est de 18 cm et que IJ = 7 cm,
On déduit : JK + IK = 18 - 7 = 11 cm.
Ce problème revient à chercher deux entiers dont la somme est 11.
Contrainte : un triangle est constructible si le plus grand côté est inférieur à la somme des deux autres.

__Étudions les cas possibles__ :

IJ	JK	IK	Inégalité triangulaire
7	6	5	7 < 6 + 5 Vérifiée
7	7	4	7 < 4 + 7 Vérifiée

7	8	3	8 < 7 + 3 Vérifiée
7	9	2	9 = 7 + 2 Impossible
7	10	1	10 > 7 + 1 Impossible

<u>**11.**</u> On suppose que Pierre est passé chez moi.
Puisque je n'étais pas là, il a laissé un mot selon ce qu'il m'avait dit.
Or je n'ai pas de mot dans la boîte. **Pierre n'est donc pas passé.**

<u>**12.**</u> **Vrai.** Un nombre b divisible par 2 s'écrit : b = 2k avec k un entier.
On déduit : $b^2 = (2k)^2 = 2k \times 2k = 4k^2 = $ **2 ×** .
Donc b^2 est pair.

<u>**13.**</u> **Faux.** Supposons que ABC est rectangle. Ce serait en C car le plus grand côté [AB] serait son hypoténuse.
D'après le théorème de Pythagore, on aurait : $AB^2 = AC^2 + BC^2$
Or : $AC^2 + BC^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117$ et $AB^2 = 12^2 = 144$
$117 \neq 144$: il y a donc une contradiction.
Le triangle ABC n'est donc pas rectangle.

<u>**14.**</u> **Étudions** tous les cas possibles :
- **Si les deux mentent :** alors comme Marion ment : elle est donc célibataire et comme Cloé ment aussi, elle est mariée.
- **Si l'une seulement des deux ment** : par exemple Marion. Alors Marion est célibataire. Cloé dit la vérité, elle n'est donc pas mariée. Or elles ne peuvent pas avoir le même statut. Contradiction !

Même raisonnement si seule Cloé ment.

Marion est donc célibataire et Cloé est mariée.

<u>**15.**</u> Pour démontrer que les points E, F et G sont alignés, on détermine l'angle $\widehat{EFG}$. $\widehat{EFA} + \widehat{AFB} + \widehat{BFG}$ = 118 + 39 + 23 = 180°, donc l'angle $\widehat{EFG}$ est plat,
E, F et G sont bien alignés.