1^{ere} Spe math

Suites numériques (2)

Activités et exercices

Exercice 1 : On re-travaille les procédures !

Dans une ville on estime qu'à partir de 2014, le nombre de voitures électriques en circulation augmente de 6% par an.

Au 1^{er} janvier 2014, 100 voitures électriques circulaient dans cette ville et 48 places de parking spécifiques avec borne de recharge étaient proposées.

La municipalité prévoit de créer chaque année, 15 places supplémentaires, à partir de 2014. On souhaite déterminer l'année à partir de laquelle on peut prévoir que le nombre de place de parking spécifiques sera suffisant.

A) Modélisation avec une suite :

On note v_n le nombre de véhicules électriques et p_n le nombre de place de parking spécifiques, en 2014+n.

- 1) a) Quelle sera le nombre de places de parking spécifiques en 2015 ? En 2016 ?
 - b) Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n . Quelle est la nature de la suite (p_n) ?
 - c) Exprimer p_n en fonction de n.
 - d) Quel sera le nombre de places de parking spécifiques en 2022 ?
- 2) a) Quel sera le nombre de voitures électriques en 2015 ? En 2016 ?
 - b) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n . Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
 - c) Exprimer v_n en fonction de n.
 - d) Quel sera le nombre de voitures électriques en 2022?

B) Stratégie avec un tableur

_,	~ *********		
	A	В	С
1	Année	Nombre de voitures électriques	Nombre de places de parking
2	2014		
3	2015		
4	2016		
5	2017		
6	2018		
7	2019		
8	2020		
9	2021		
10	2022		
11	2023		
12	2024		

- 1) Quelle valeur faut-il entrer en B2 ? En C2 ?
- 2) Quelle formule faut-il entrer en B3 pour compléter la colonne B, en étirant cette formule?
- 3) Quelle formule faut-il entrer en C3 pour compléter la colonne C, en étirant cette formule?
- 4) Reproduire ce tableau sur un tableur à la maison.

A partir de quelle année le nombre de places de parking spécifiques sera-t-il suffisant?

C) Stratégie avec un algorithme

- 1) Compléter l'algorithme ci-contre, et le traduire en langage calculatrice.
- 2) Programmer l'algorithme à la calculatrice et retrouver la réponse cherchée.

V ← 100 P ← A← 2014 Γant que	Langage calculatrice :
V ← P ←	
A ← Afficher	

Exercice 2

Les suites suivantes sont-elles des suites arithmétiques ? Si oui, donner leur

- **a)** $u_1 = 4$ et pour tout $n \ge 2$, $u_n = u_{n-1} + 4$. **b)** $u_n = 5n + 3$, $n \in \mathbb{N}$

c) $u_n = n^2 + 1$, $n \in \mathbb{N}$

Exercice 3:

Les ongles d'un homme adulte poussent d'environ 0,1mm par jour. Suite à un accident, un homme a perdu son ongle. Il le laisse repousser.

- a. Modéliser la situation avec une suite.
- **b.** Quelle sera la taille de son ongle 15 jours après l'accident?
- c. Au bout de combien de jours son ongle mesurera à nouveau sa taille normale de 1.4 cm?

Exercice 4:

On donne les suites u, v, w et z définies pour tout entier naturel n par :

$$u_n = 3^n$$
, $v_n = 2 \times 0.5^n$, $w_n = \frac{4}{3^n}$ et
$$\begin{cases} z_{n+1} = -z_n + 3 \\ z_0 = -4 \end{cases}$$
.

Préciser la nature des suites u, v et w et z.

Exercice 5:

Tom décide de vendre son appartement, il fixe le prix d'origine à 90 000 € et décide de diminuer ce prix de 2 % par mois tant qu'il ne trouve pas d'acheteur.

Soit u_n le prix de l'appartement n mois après le début de la vente.

- 1) Déterminer u_0 , u_1 et u_2 .
- 2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et en déduire la nature de la suite u.
- 3) Exprimer u_n en fonction de n.
- 4) Quel sera le prix de vente de l'appartement au bout de deux ans s'il ne trouve pas d'acheteur?
- 5) Quand l'appartement passera-t-il sous les 60000 €?

Exercice 6:

1. Soit v une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme v_0 = 1024.

Calculer v_1 et v_{15} .

- **2.** Soit w une suite géométrique de raison 4 et de premier terme $w_0 = 5$. Calculer w_6 et w_{10} .
- **3.** u est une suite géométrique telle que $u_4 = 9$ et $u_5 = 3$. Déterminer la raison de u et son premier terme u_0 .

Exercice 7 *:

Calculer les sommes

3.
$$10+13+16+...+40$$
 4. $6+3+\frac{3}{2}+...+\frac{3}{2^{20}}$

Exercice 8:

Partie A:

A sa naissance, les parents de Jules mettent pour lui, dans une tirelire, 100 euros. Depuis, à chacun de ses anniversaires, ils y rajoutent 50 €. Jules ne pourra ouvrir sa tirelire avant sa majorité.

On appelle $\,u_{\scriptscriptstyle n}\,$ la somme d'argent à son $\,n^{i{\scriptscriptstyle \hat{e}}{\scriptscriptstyle me}}\,$ anniversaire. Ainsi $\,u_{\scriptscriptstyle 0}{=}100\,$

- 1) Que valent u_1 , u_2 et u_3 ?
- 2) Écrire une relation liant u_{n+1} et u_n .
- 3) Donner une formule permettant de calculer directement u_n en fonction de n.
- 4) Quelle somme aura-t-il à ses 18 ans ?
- 5) A quel âge aura-t-il 700 € dans sa tirelire ?

Partie B:

Pour la naissance de Cécile, la sœur de Jules, ses parents ouvrent un compte en banque au taux composé annuel de $5\,\%$.

Ils y placent $500 \ \in$ et n'y toucheront plus jusqu'à la majorité de leur fille. On appelle v_n la somme d'argent à son n^{ième} anniversaire.

- 1) Quelle somme aura-t-elle à ses 18 ans?
- 2) A quel âge aura-t-elle plus de 700 € dans sa tirelire ?

Exercice 9 *:

Une entreprise rentre en bourse.

Le cours d'une de ses actions est au départ de $50~\mathrm{€}$ puis augmente de $2~\mathrm{\%}$ chaque jour.

Soit u_n le prix d'une action n jours après l'introduction.

- a) Donner la nature de la suite *u*.
- b) Exprime u_n en fonction de n.
- c) Décrire le programme ci-contre.
- d) A partir du moment où l'action a dépassé les 200 €, son cours baisse régulièrement de 2 % par jour.

U ← 50		
$N \leftarrow 0$		
Tant que U<200		
$U \leftarrow 1,02 \times U$		
N ← N+1		
FinTantque		
Afficher N		

Modifier le programme précédant pour qu'il donne le nombre de jours nécessaires pour que l'action retombe sous les $100 \in$.

Exercice 10 *:

Un gisement de pétrole a produit 80 000 barils en 2016 et il est prévu qu'il que sa production augmente régulièrement de 2 500 barils par an.

Un deuxième gisement a produit 60 000 barils en 2016 et sa production devrait augmenter de 6% par an.

Comparer l'évolution des productions de ces deux gisements.

Exercice 11 *:

En février 2014, un rapport de la commission des affaires sociales au Sénat préconise une augmentation annuelle de 10% du prix du paquet de cigarettes. On suppose qu'une telle augmentation est appliquée chaque année au 1^{er} juillet de l'année 2014+n.

Au 1^{er} juillet 2014, le prix moyen d'un paquet de cigarette est de $6,50\,\mathrm{C}$.

- 1) Quelle est la nature de la suite (u_n) .
- 2) Exprimer u_n en fonction de n.
- 3) Un fumeur achète 2 paquets par semaines. Quelle sera le coût total de sa consommation du 1^{er} juillet 2018 au 30 juin 2019 ?
- 4) Ecrire un algorithme qui calcule le budget total de ce fumeur du 1^{er} juillet 2014 au 30 juin 2020, puis le programmer pour obtenir la réponse.

Le coin des experts

Exercice 12 *: Questions indépendantes

1) u est une suite arithmétique telle que $u_5=6$ et $u_{12}=20$.

Déterminer la raison et son terme de rang 0.

2) v est une suite géométrique telle que $u_2=9$ et $u_4=1$ Déterminer la raison, u_0 et u_n en fonction de n.

Exercice 13:

Soit u la suite définie pour tout entier naturel n par : $u_n = \frac{n^2 - n - 2}{n + 1}$.

Montrer que u est une suite arithmétique et préciser sa raison.

Exercice 14 **:

Alexis se sert plusieurs fois du gâteau placé devant lui. Il prend à chaque fois la moitié de ce qui reste. Il s'est servi 20 fois du gâteau.

Quelle part du gâteau a-t-il mangée?

Exercice 15 **:

Une directrice d'usine décide d'allouer à ses employés un prime de Noël de $400 \in$. Cette prime est revalorisée chaque année de 1%.

Au bout de combien d'années, le montant total des primes versées à un employé sera-t-il supérieur à $10~000~\rm fe$?