

Exercice 1 :

<p>Situation 1 :</p> <p>Les deux vecteurs n'ont clairement pas la même direction donc ils ne sont pas colinéaires.</p>	<p>Situation 2 :</p> <p>$\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$. On a $\vec{u} = -2\vec{v}$ donc \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.</p>	<p>Situation 3 :</p> <p>$\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$</p> <p>Le calcul du déterminant donne $-2 \times 7 - 5 \times (-3) = 1 \neq 0$ donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.</p>
<p>Situation 4 :</p> <p>$3\vec{u} = -5\vec{v}$ donc $\vec{u} = -\frac{5}{3}\vec{v}$ et \vec{u} est le produit de \vec{v} par un réel ici $-\frac{5}{3}$ donc \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.</p>	<p>Situation 5 :</p> <p>Comme (d) et (d') sont parallèles, les deux vecteurs ont donc la même direction donc \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.</p>	<p>Situation 6 :</p> <p>$\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 7 \\ -16 \end{pmatrix}$</p> <p>Le calcul du déterminant donne $-3 \times (-16) - 7 \times 7 = -1 \neq 0$ donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.</p>

Exercice 2 :

<p>1) $\vec{u} \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 35 \\ -14 \end{pmatrix}$</p> <p>$35 = -7 \times (-5)$ et $-14 = -7 \times 2$ donc $\vec{v} = -7\vec{u}$ donc \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.</p>	<p>2) $\vec{u} \begin{pmatrix} 16 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 48 \\ 6 \end{pmatrix}$</p> <p>Le calcul du déterminant donne $16 \times 6 - 3 \times 48 = -48 \neq 0$ donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.</p>	<p>3) $\vec{u} \begin{pmatrix} 15 \\ 90 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$</p> <p>$15 = 15 \times 1$ et $90 = 15 \times 6$ donc $\vec{u} = 15\vec{v}$ donc \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.</p>	<p>4) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3,2 \\ -5,7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -7,136 \\ 12,711 \end{pmatrix}$</p> <p>Le calcul du déterminant donne $3,2 \times 12,711 - (-5,7) \times (-7,136) = 0$ donc les vecteurs sont colinéaires.</p>
--	---	--	---

Exercice 3 :

Dans chacun des cas suivants, déterminer le réel x pour que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} soient colinéaires :

<p>1) $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ 2 \end{pmatrix}$</p> <p>Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires, donc $-3 \times 2 - 4 \times x = 0$</p> <p>$-6 - 4x = 0$</p> <p>$-6 = 4x$</p> <p>$x = -1,5$</p>	<p>2) $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ x \end{pmatrix}$</p> <p>Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires, donc $5 \times x - 1 \times 6 = 0$</p> <p>$5x - 6 = 0$</p> <p>$x = \frac{6}{5}$</p>	<p>3) $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ 6 \end{pmatrix}$</p> <p>Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires, donc $-1 \times 6 - 4 \times x = 0$</p> <p>$-6 - 4x = 0$</p> <p>$-6 = 4x$</p> <p>$-\frac{6}{4} = x$</p> <p>$x = -1,5$</p>	<p>4) $\vec{u} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{3}{4} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ 9 \end{pmatrix}$</p> <p>Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires, donc $\frac{1}{3} \times 9 - \left(-\frac{3}{4}\right) \times x = 0$</p> <p>$3 + \frac{3x}{4} = 0$</p> <p>$\frac{3x}{4} = -3$</p> <p>$3x = -12$</p> <p>$x = -\frac{12}{3}$</p> <p>$x = -4$</p>
--	--	---	---

Exercice 4 : Dans chacun des cas suivants, déterminer si les points A, B et C sont alignés :

RAPPEL : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

1) A(12 ; 15), B(-13 ; 10) et C(16 ; 16)

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -13-12 \\ 10-15 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -25 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 16-12 \\ 16-15 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Le déterminant est égal à $-25 \times 1 - (-5) \times 4 = -5$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

2) A(10 ; -12), B(-10 ; 28) et C(50 ; -92)

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -10-10 \\ 28-(-12) \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -20 \\ 40 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 50-10 \\ -92-(-12) \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 40 \\ -80 \end{pmatrix}$$

On a $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires donc les points A, B et C sont alignés.

3) A(10 ; -10), B(-4 ; 4) et C(7 ; -7)

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4-10 \\ 4-(-10) \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -14 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 7-10 \\ -7-(-10) \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Le déterminant est égal à $-14 \times 3 - 14 \times (-3) = 0$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires donc les points A, B et C sont alignés.

Exercice 5 : Dans chacun des cas suivants, déterminer si les droites (AB) et (CD) sont parallèles :

1) A(1 ; 1), B(3 ; 11), C(0 ; 1) et D(1 ; -7)

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3-1 \\ 11-1 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 1-0 \\ -7-1 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \end{pmatrix}$$

Le déterminant est égal à $2 \times (-8) - 10 \times 1 = -26$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ne sont pas colinéaires donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

2) A(3 ; 10), B(0 ; -5), C(1 ; -20) et D(10 ; 25)

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 0-3 \\ -5-10 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ -15 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 10-1 \\ 25-(-20) \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 9 \\ 45 \end{pmatrix}$$

On a $\overrightarrow{CD} = -3\overrightarrow{AB}$ donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont colinéaires donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 6 : On donne les points A(5 ; 3), B(-1 ; 0) et C(1 ; 6).

1) Calculer les coordonnées des points M et N milieux respectifs de [AB] et [AC].

$$\text{M milieu de [AB] donc } x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ et } y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \text{ donc } x_M = \frac{5+(-1)}{2} = 2 \text{ et } y_M = \frac{3+0}{2} = 1,5 \text{ donc M}(2 ; 1,5)$$

$$\text{N milieu de [AC] donc } x_N = \frac{x_A + x_C}{2} \text{ et } y_N = \frac{y_A + y_C}{2} \text{ donc } x_N = \frac{5+1}{2} = 3 \text{ et } y_N = \frac{3+6}{2} = 4,5 \text{ donc N}(3 ; 4,5)$$

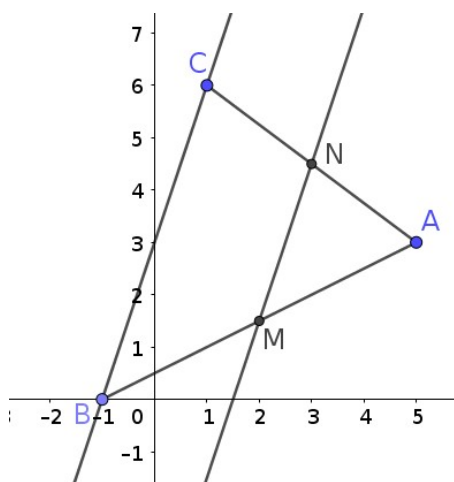
2) Que dire des droites (MN) et (BC) ? Justifier.

$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 1-(-1) \\ 6-0 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} 3-2 \\ 4,5-1,5 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ On a $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$ donc les vecteurs \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{MN} sont colinéaires et donc les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Remarque :

Dans le triangle ABC, M et N sont les milieux des côtés [AB] et [AC] donc d'après le théorème des milieux vu au collège, la droite (MN) est parallèle au côtés [BC]

$$\text{et on a aussi } MN = \frac{1}{2} \times BC$$



Exercice 7 : Calcul des coordonnées d'un point à partir d'une égalité vectorielle.
A savoir faire pour aborder sereinement les exercices suivants.

On donne A(-3 ; 3) et B(5 ; -1).

1) Calculer les coordonnées de $3\overrightarrow{AB}$ et calculer les coordonnées de M tel que $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$

2) Calculer les coordonnées du point N défini par $\overrightarrow{AN} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}$

** 3) Calculer les coordonnées du point P défini par $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PB}$.

1) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5-(-3) \\ -1-3 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$ donc $3\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 24 \\ -12 \end{pmatrix}$ Soit $M(x_M; y_M)$ alors $\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x_M-(-3) \\ y_M-3 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x_M+3 \\ y_M-3 \end{pmatrix}$

IMPORTANT : Les vecteurs \overrightarrow{AM} et $3\overrightarrow{AB}$ sont égaux donc leurs coordonnées sont égales.

On en déduit que : $x_M+3=24$ et $y_M-3=-12$

$$x_M=21 \text{ et } y_M=-9 \text{ donc } M(21; -9)$$

2) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$ donc $\frac{-1}{2}\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ Soit $N(x_N; y_N)$ alors $\overrightarrow{AN} \begin{pmatrix} x_N-(-3) \\ y_N-3 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AN} \begin{pmatrix} x_N+3 \\ y_N-3 \end{pmatrix}$

IMPORTANT : Les vecteurs \overrightarrow{AN} et $\frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}$ sont égaux donc leurs coordonnées sont égales.

On en déduit que : $x_N+3=-4$ et $y_N-3=2$

$$x_N=-7 \text{ et } y_N=5 \text{ donc } N(-7; 5)$$

** 3) Soit $P(x_P; y_P)$ alors $\overrightarrow{AP} \begin{pmatrix} x_P-(-3) \\ y_P-3 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AP} \begin{pmatrix} x_P+3 \\ y_P-3 \end{pmatrix}$ $2\overrightarrow{PB} \begin{pmatrix} 2(5-x_P) \\ 2(-1-y_P) \end{pmatrix} ; 2\overrightarrow{PB} \begin{pmatrix} 10-2x_P \\ -2-2y_P \end{pmatrix}$

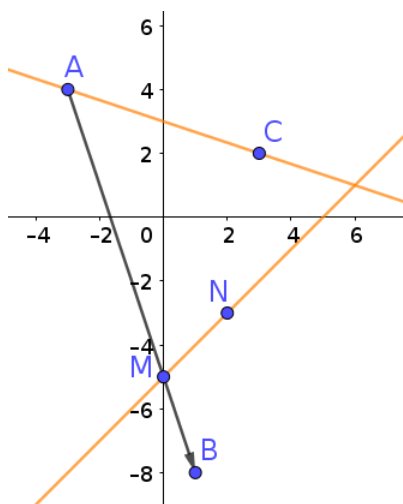
IMPORTANT : Les vecteurs \overrightarrow{AP} et $2\overrightarrow{PB}$ sont égaux donc leurs coordonnées sont égales.

On en déduit que : $x_P+3=10-2x_P$ et $y_P-3=-2-2y_P$

$$\begin{aligned} x_P+2x_P &= 10-3 & y_P+2y_P &= -2+3 \\ 3x_P &= 7 & 3y_P &= 1 \end{aligned}$$

$$x_P = \frac{7}{3} \quad y_P = \frac{1}{3} \quad \text{donc } P\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

Exercice 8 :



On donne les points A(-3 ; 4), B(1 ; -8) et C(3 ; 2). M est un point tel que

$\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{MB}$ et N est le milieu de [BC].

Les droites (AC) et (MN) sont-elles parallèles ?

Question : les vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{MN} sont-ils colinéaires ?

Pour calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{MN} , on a besoin des coordonnées de M et de N.

$M(x; y)$ est un point tel que $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{MB}$.

$$\text{or } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1-(-3) \\ -8-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -12 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{MB} \begin{pmatrix} 1-x \\ -8-y \end{pmatrix} \text{ donc } 4\overrightarrow{MB} \begin{pmatrix} 4(1-x) \\ 4(-8-y) \end{pmatrix},$$

$\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{MB}$ donc leurs coordonnées sont égales donc $4 = 4(1-x)$ et $-12 = 4(-8-y)$

$$4 = 4 - 4x \text{ et } -12 = -32 - 4y$$

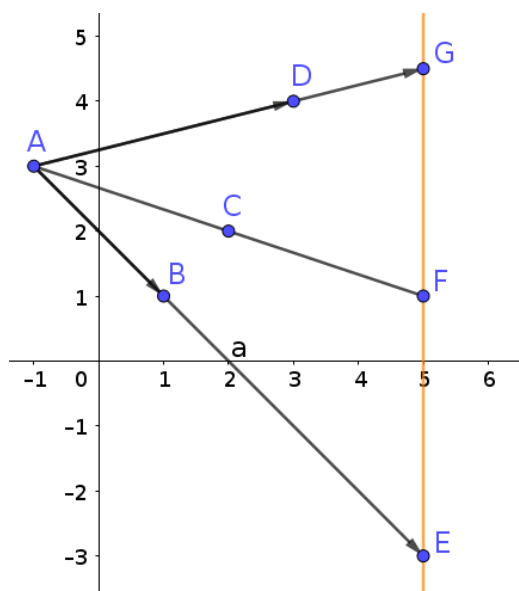
$$0 = -4x \text{ et } 20 = -4y$$

$$x = 0 \text{ et } y = -5 \text{ donc } M(0; -5)$$

Et N est le milieu de [BC], donc $N\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-8+2}{2}\right) = (2; -3)$

Donc $\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} 2-0 \\ -3-(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $2 \times (-2) - 2 \times 6 = -16$ donc les vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{MN} ne sont pas colinéaires. Les droites (MN) et (AC) ne sont pas parallèles.

Exercice 9 : On donne les points A(-1 ; 3) ; B(1 ; 1) ; C(2 ; 2) et D(3 ; 4).



1) Calculer les coordonnées des points E, F et G tels que : $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$; C est le milieu de [AF] ; $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$

$$\overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} x_E - (-1) \\ y_E - 3 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} x_E + 1 \\ y_E - 3 \end{pmatrix} \text{ et } 3\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3(1 - (-1)) \\ 3(1 - 3) \end{pmatrix} ; 3\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} \text{ donc } x_E + 1 = 6 \text{ et } y_E - 3 = -6$$

$$x_E = 5 \text{ et } y_E = -3 \text{ donc } \mathbf{E(5 ; -3)}$$

$$C \text{ milieu de } [AF] \text{ donc } x_C = \frac{x_A + x_F}{2} ; 2 = \frac{-1 + x_F}{2} ; 4 = -1 + x_F ; x_F = 5$$

$$y_C = \frac{y_A + y_F}{2} ; 2 = \frac{3 + y_F}{2} ; 4 = 3 + y_F ; y_F = 1 \text{ donc}$$

$$\mathbf{F(5 ; 1)}$$

$$\overrightarrow{AG} \begin{pmatrix} x_G - (-1) \\ y_G - 3 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AG} \begin{pmatrix} x_G + 1 \\ y_G - 3 \end{pmatrix} \text{ et } \frac{3}{2}\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} \frac{3}{2}(3 - (-1)) \\ \frac{3}{2}(4 - 3) \end{pmatrix} ; \frac{3}{2}\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 6 \\ 1,5 \end{pmatrix}$$

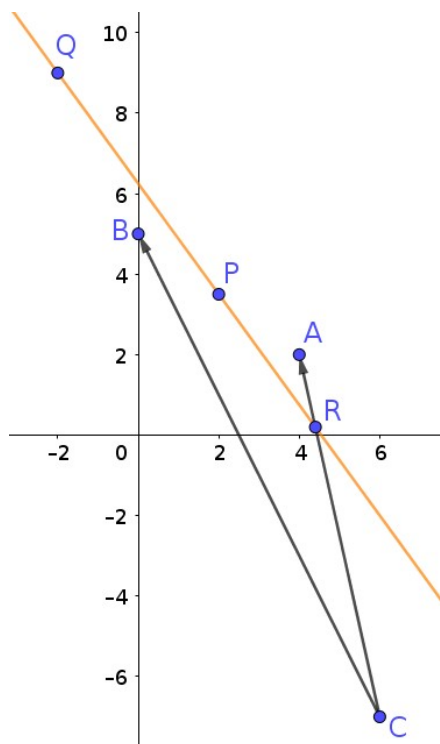
$$\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD} \text{ donc } x_G + 1 = 6 \text{ et } y_G - 3 = 1,5 ; x_G = 5 \text{ et } y_G = 4,5 \text{ donc } \mathbf{G(5 ; 4,5)}$$

2) Démontrer que les points E, F et G sont alignés.

Les points E, F et G ont tous les trois la même abscisse 5 donc ils sont alignés verticalement.

Autre méthode : $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EG} \begin{pmatrix} 0 \\ 7,5 \end{pmatrix}$. On a $\overrightarrow{EG} = \frac{7,5}{4}\overrightarrow{EF}$ donc les vecteurs \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{EG} sont colinéaires donc les points E, F et G sont alignés

Exercice 10 : On donne les points A(4 ; 2) ; B(0 ; 5) et C(6 ; -7) et P le milieu de [AB].



1) Calculer les coordonnées du point P.

$$P \text{ milieu de } [AB] \text{ donc } P \left(\frac{4+0}{2}, \frac{2+5}{2} \right) = (2; 3,5) \text{ donc } \mathbf{P(2 ; 3,5)}$$

2) Calculer les coordonnées des points Q et R définis par $3\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{CB}$ et $5\overrightarrow{CR} = 4\overrightarrow{CA}$

$$3\overrightarrow{BQ} \begin{pmatrix} 3(x_Q - 0) \\ 3(y_Q - 5) \end{pmatrix} ; 3\overrightarrow{BQ} \begin{pmatrix} 3x_Q \\ 3y_Q - 15 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} 0 - 6 \\ 5 - (-7) \end{pmatrix} ; \overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} -6 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$3\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{CB} \text{ donc } 3x_Q = -6 \text{ et } 3y_Q - 15 = 12$$

$$x_Q = -2 \text{ et } y_Q = 9 \text{ donc } \mathbf{Q(-2 ; 9)}$$

$$5\overrightarrow{CR} \begin{pmatrix} 5(x_R - 6) \\ 5(y_R - (-7)) \end{pmatrix} ; 5\overrightarrow{CR} \begin{pmatrix} 5x_R - 30 \\ 5y_R + 35 \end{pmatrix} \text{ et } 4\overrightarrow{CA} \begin{pmatrix} 4(4 - 6) \\ 4(2 - (-7)) \end{pmatrix} ; 4\overrightarrow{CA} \begin{pmatrix} -8 \\ 36 \end{pmatrix}$$

$$5\overrightarrow{CR} = 4\overrightarrow{CA} \text{ donc } 5x_R - 30 = -8 \text{ et } 5y_R + 35 = 36$$

$$x_R = \frac{22}{5} \text{ et } y_R = \frac{1}{5} \text{ donc } \mathbf{R(4,4 ; 0,2)}$$

3) Le point P est-il sur la droite (QR) ?

$$\overrightarrow{PQ} \begin{pmatrix} -2 - 2 \\ 9 - 3,5 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{PQ} \begin{pmatrix} -4 \\ 5,5 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{PR} \begin{pmatrix} 4,4 - 2 \\ 0,2 - 3,5 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{PR} \begin{pmatrix} 2,4 \\ -3,3 \end{pmatrix}$$

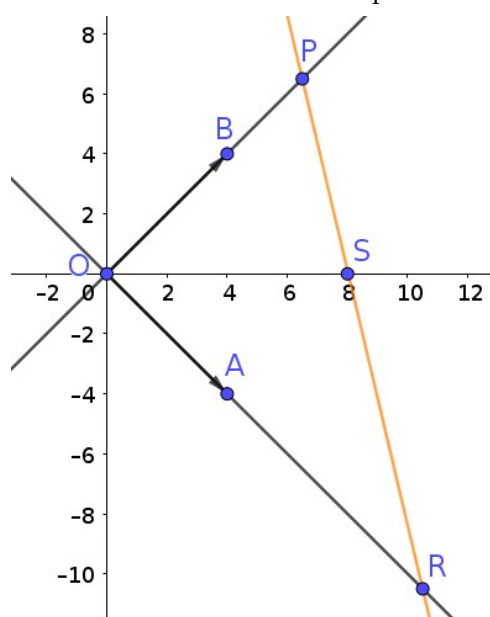
Le déterminant de ces deux vecteurs est égal à $-4 \times (-3,3) - 5,5 \times 2,4 = 0$ donc ils sont colinéaires et donc le point P est sur la droite (QR).

Exercice 11 :

On considère les points A(4 ; -4), B(4 ; 4) et S(8 ; 0). Soient les points P et R tel que $\overrightarrow{BP} = \frac{5}{8}\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OR} = \frac{21}{8}\overrightarrow{OA}$

Le point S est-il sur la droite (PR) ?

Calculons les coordonnées des points P et R :



$$\overrightarrow{BP} = \frac{5}{8}\overrightarrow{OB} \text{ Avec } P(x; y)$$

$$\overrightarrow{BP} \begin{pmatrix} x-4 \\ y-4 \end{pmatrix} \text{ et } \frac{5}{8}\overrightarrow{OB} \begin{pmatrix} \frac{5}{8}(4-0) \\ \frac{5}{8}(4-0) \end{pmatrix} ; \frac{5}{8}\overrightarrow{OB} \begin{pmatrix} 2,5 \\ 2,5 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } x-4=2,5 \text{ et } y-4=2,5 \text{ donc } x=6,5 \text{ et } y=6,5 \text{ donc } \mathbf{P(6,5 ; 6,5)}$$

$$\overrightarrow{OR} = \frac{21}{8}\overrightarrow{OA} \text{ Avec } R(x; y)$$

$$\overrightarrow{OR} \begin{pmatrix} x-0 \\ y-0 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{OR} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ et } \frac{21}{8}\overrightarrow{OA} \begin{pmatrix} \frac{21}{8}(4-0) \\ \frac{21}{8}(-4-0) \end{pmatrix} ; \frac{21}{8}\overrightarrow{OA} \begin{pmatrix} 10,5 \\ -10,5 \end{pmatrix} \text{ donc } x=10,5$$

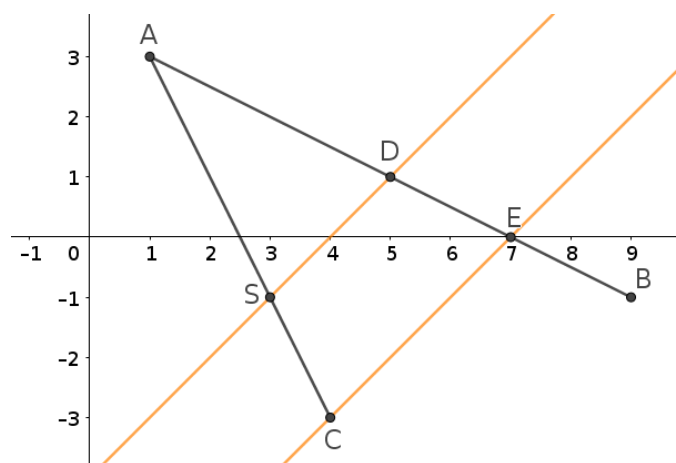
$$\text{et } y=-10,5 \text{ donc } \mathbf{R(10,5 ; -10,5)}$$

$$\overrightarrow{PR} \begin{pmatrix} 4 \\ -17 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{PS} \begin{pmatrix} 1,5 \\ -6,5 \end{pmatrix} \text{ or } 4 \times (-6,5) - (-17) \times 1,5 = 0,5 \text{ donc } \mathbf{S \text{ n'est pas sur la droite (PR)}}$$

et pourtant sur la figure, on a vraiment l'impression que P, S et R sont alignés mais il n'en est rien. Les calculs sont donc très importants ici.

Exercice 12 :

On considère les points A(1 ; 3), B(9 ; -1) et C(4 ; -3). Soient les points D, E et S tels que D est le milieu de [AB], E est le milieu de [DB] et $\overrightarrow{AS} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Les droites (EC) et (DS) sont-elles parallèles ?



$$D \text{ milieu de } [AB] \text{ donc } x_D = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+9}{2} = 5$$

$$\text{et } y_D = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+(-1)}{2} = 1 \text{ donc } \mathbf{D(5 ; 1)}$$

$$E \text{ milieu de } [DB] \text{ donc } x_E = \frac{x_D + x_B}{2} = \frac{5+9}{2} = 7$$

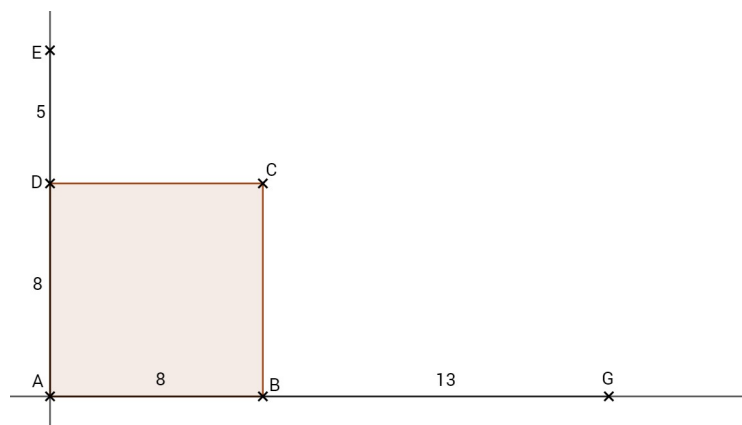
$$\text{et } y_E = \frac{y_D + y_B}{2} = \frac{1+(-1)}{2} = 0 \text{ donc } \mathbf{E(7 ; 0)}$$

$$\overrightarrow{AS} \begin{pmatrix} x_S-1 \\ y_S-3 \end{pmatrix} \text{ et } \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} \frac{2}{3}(4-1) \\ \frac{2}{3}(-3-3) \end{pmatrix} ; \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } x_S-1=2 \text{ et } y_S-3=-4 \text{ donc } x_S=3 \text{ et } y_S=-1 \text{ donc } \mathbf{S(3 ; -1)}$$

$\overrightarrow{EC} \begin{pmatrix} 4-7 \\ -3-0 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{EC} \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{DS} \begin{pmatrix} 3-5 \\ -1-1 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{DS} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$. On a $\overrightarrow{EC} = 1,5\overrightarrow{DS}$ donc les vecteurs \overrightarrow{EC} et \overrightarrow{DS} sont colinéaires donc les droites (EC) et (DS) sont parallèles.

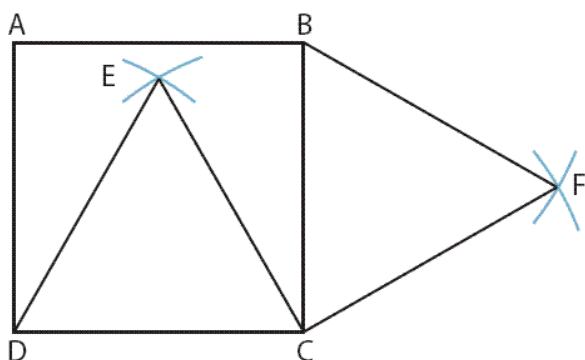
Exercice 13 :



Dans le repère (A ; B; D), E(0 ; 13) ; C(8 ; 8) et G(21 ; 0)

$\overrightarrow{EC} \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \end{pmatrix}$ Et $\overrightarrow{EG} \begin{pmatrix} 21 \\ -13 \end{pmatrix}$ or $8 \times (-13) - (-5) \times 21 = 1$ donc E, C et G ne sont pas alignés.

Exercice 14 :



Dans le repère (D ; C ; A), A(0 ; 1)

Calculons les coordonnées de E

E a pour abscisse 0,5 car DCE est un triangle équilatéral

Pour calculer l'ordonnée de E on trace la hauteur issue de E, donc on obtient EHC triangle rectangle en H,

D'après le théorème de Pythagore on a :

$$EH^2 = EC^2 - HC^2 = 1^2 - 0,5^2 = 0,75$$

$$\text{donc } EH = \sqrt{(0,75)}$$

$$\text{Donc } E(0,5; \sqrt{(0,75)})$$

$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 0,5 + \sqrt{(0,75)} \\ 0,5 - \sqrt{(0,75)} \end{pmatrix}$ Et $\overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} 0,5 \\ \sqrt{(0,75)} - 1 \end{pmatrix}$ or $(0,5 + \sqrt{(0,75)}) \times (\sqrt{(0,75)} - 1) - (0,5) \times (0,5 - \sqrt{(0,75)}) = 0$ donc A, E et F sont alignés.

Calculons les coordonnées de F

F a pour ordonnée 0,5 car BCF est un triangle équilatéral.

Pour calculer l'abscisse de F on trace la hauteur issue de F, donc on obtient CJF triangle rectangle en J,

D'après le théorème de Pythagore on a :

$$FJ^2 = FC^2 - CJ^2 = 1^2 - 0,5^2 = 0,75$$

$$\text{donc } FJ = \sqrt{(0,75)}$$

$$\text{Donc } F(1 + \sqrt{(0,75)}; 0,5)$$