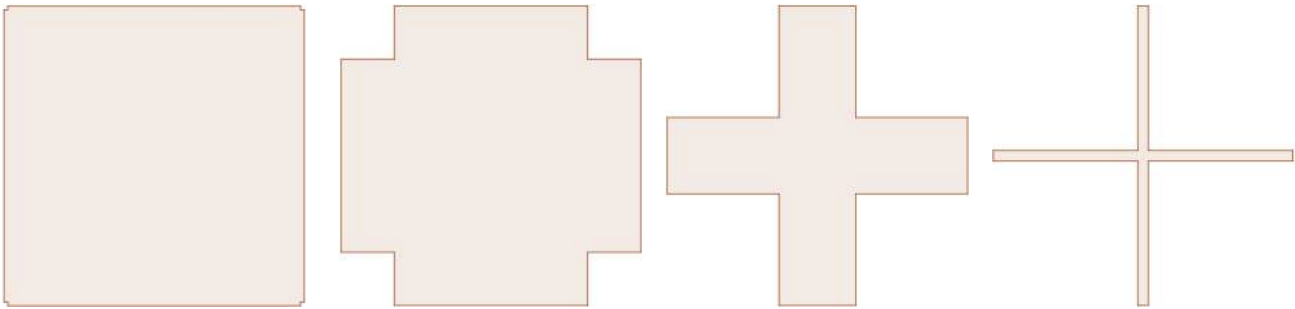


Correction du travail de groupe

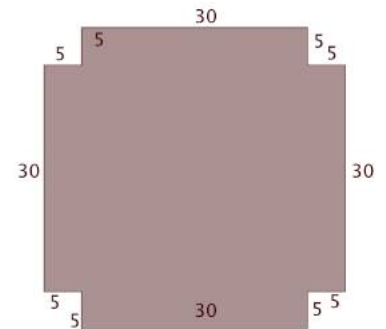
1. l'ensemble de définition de f est $]0;20[$. En effet, x désigne la longueur de la découpe donc x est positif. De plus, pour pouvoir enlever 4 carrés dans les coins, x n doit être inférieur à 20.



2. $x = 5$.

a) Dessin à l'échelle $\frac{1}{10}$ de la plaque découpée :

40 cm en réalité sont représentés par 4 cm sur le dessin à l'échelle $\frac{1}{10}$



b) Calculer $f(5)$ et interpréter le sens concret de ce résultat.

Quand $x = 5$:

L'aire de la base est 30×30 c'est à dire 900 cm^2

La hauteur est de 5 cm

donc $f(5) = 900 \times 5 = 4\,500$

Quand $x = 5$, le volume du parallélépipède est de $4\,500 \text{ cm}^3$

3. Démontrer que $f(x) = 4x^3 - 160x^2 + 1600x$

le volume du parallélépipède est égal au produit de l'aire de la base par la hauteur.

La base est un carré de côté $(40 - 2x)$ donc son aire est $(40 - 2x)^2$

La hauteur est x

Le volume est donc $(40 - 2x)^2 \times x$

Il suffit de développer cette expression :

$$(40 - 2x)^2 \times x$$

$$= (40^2 - 2 \times 40 \times 2x + (2x)^2) \times x$$

$$= (1600 - 160x + 4x^2) \times x$$

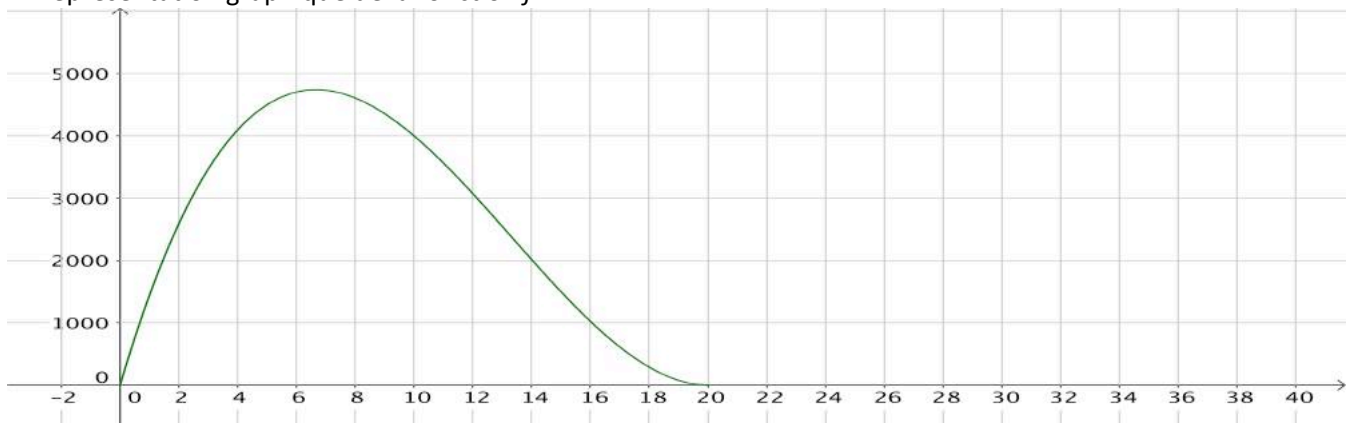
$$= 1600 \times x - 160x \times x + 4x^2 \times x$$

$$= 1600x - 160x^2 + 4x^3$$

On a prouvé que $f(x) = 4x^3 - 160x^2 + 1600x$

On reconnaît l'identité remarquable : $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
avec $A = 40$ et $B = 2x$

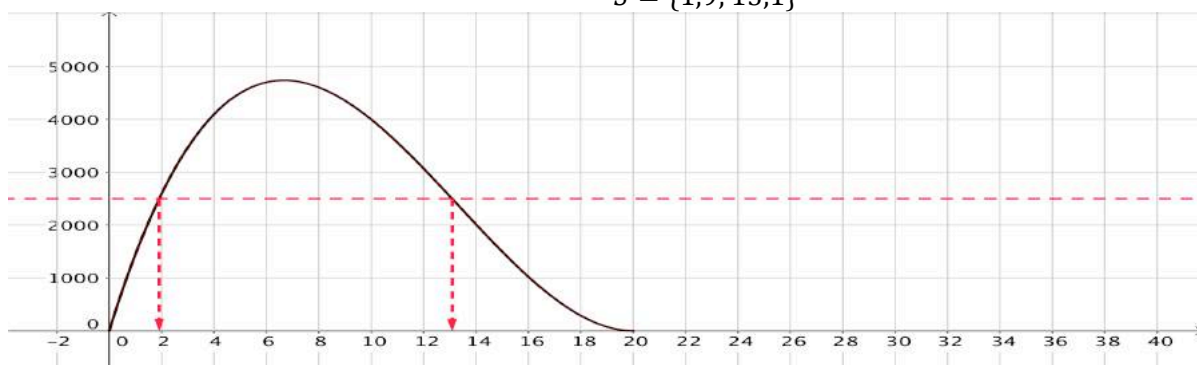
4. Représentation graphique de la fonction f :



5. 2500 a deux antécédents qui sont 1,9 et 13,1 environ.

Il y a deux hauteurs (1,9 et 13,1 environ) qui permettent d'obtenir une boîte de $2\,500\text{ cm}^3$

$$S = \{1,9; 13,1\}$$



6. Le volume est inférieur à $2\,000\text{ cm}^3$ quand la longueur x est comprise entre 0 et 1,5cm environ ou bien lorsque la longueur x est comprise entre 14 et 20.

$$S =]0; 1,5[\cup]14; 20[$$



7. Le volume maximal est d'environ $4\,700\text{ cm}^3$



Ce volume maximal est atteint pour une hauteur x égale à 6,7 environ.

