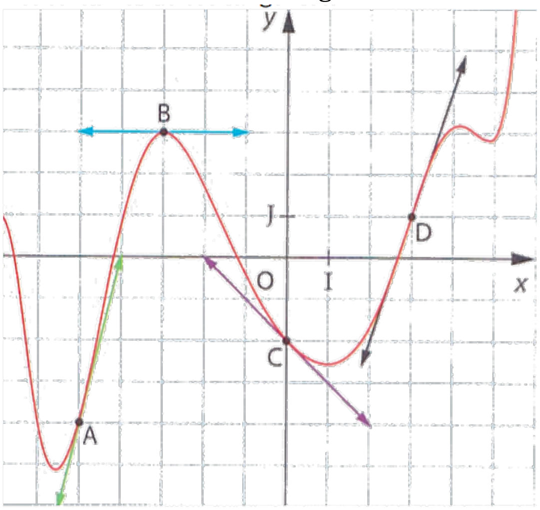
Exercice 1 :

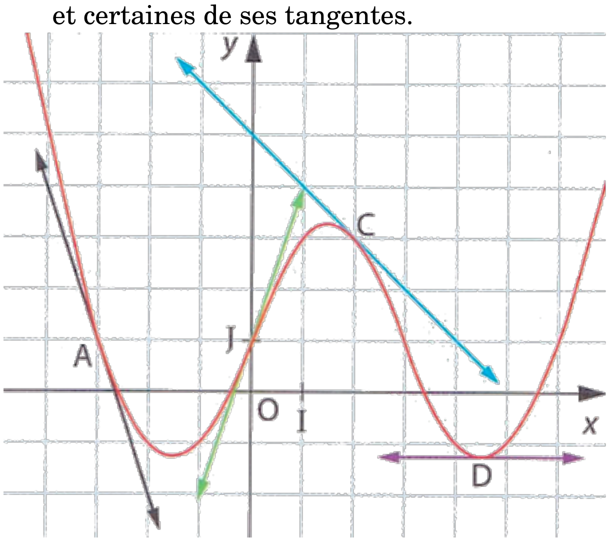
1. Voici la représentation graphique d'une fonction f et certaines de ses tangentes.



Graphiquement déterminer :

a) $f'(3)$ **b)** $f'(-5)$ **c)** $f'(-3)$ **d)** $f'(0)$

2. Voici la représentation graphique d'une fonction g et certaines de ses tangentes.



Graphiquement déterminer :

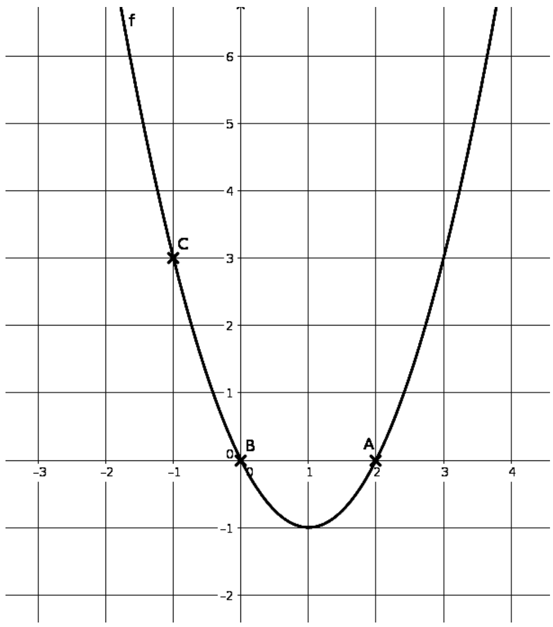
a) $g'(0)$ **b)** $g'(2)$ **c)** $g'(-3)$ **d)** $g'(4{,}5)$

Exercice 2 :

On donne $f(x)=x^2-2x$

On veut tracer précisément les tangentes à la courbe aux point A, B et C.

Il nous faut pour cela connaître précisément les coefficients directeurs de ces tangentes.



1) Commençons par le point A :

a) Calculer $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}$

b) En déduire $f'(2)$

c) Tracer alors la tangente à la courbe au point A.

2) Répondre aux mêmes questions concernant le point C.

A la maison : Faire de même avec les points B.

Exercice 3 :

Avec un logiciel de calcul formel, on obtient l'affichage suivant :

1	f(x):=x^2-3x+5 → $f(x) := x^2-3x+5$
2	(f(3+h)-f(3))/h → $h+3$
3	(f(-2+h)-f(-2))/h → $h-7$
4	(f(a+h)-f(a))/h → $2a+h-3$

1) En déduire la valeur de $f'(3)$ et de $f'(-2)$

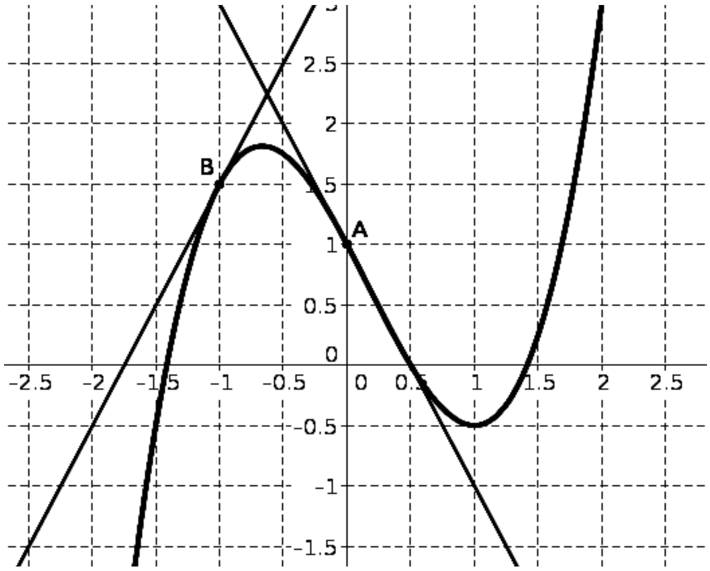
2) Utiliser la 4^{ieme} ligne pour calculer $f'(0)$ et $f'(1)$

3) Que vaut $f'(a)$ pour une valeur de a quelconque ?

*(**Challenge** : Retrouver le résultat par le calcul.)*

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3-\frac{x^2}{2}-2x+1$ représentée graphiquement ci-contre.



1) Lire graphiquement :
$f(-1)$; $f'(-1)$; $f(0)$ et $f'(0)$

2) En quels points de la courbe, la tangente a-t-elle pour coefficient directeur 0 ?
Donner les abscisses de ces points.

3) Déterminer l'équation réduite de la tangente en A.

4) Déterminer l'équation réduite de la tangente en B.

Exercice 5 :
Un véhicule décrit un mouvement rectiligne.
La distance parcourue, en mètre, depuis le temps t = 0 jusqu'au temps t, en secondes, est : $d(t)=t^2+5t$

1. Calculer le taux de variation de la distance entre les temps t et $t+h$.

2, En déduire sa vitesse instantanée à $t=0$ et $t=10$.

Exercice 6:
C est la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On donne :

$f(-3)=-1$	$f(0)=-2$	$f(3)=0$	$f(6)=4$
$f'(-3)=0$	$f'(0)=-1$	$f'(3)=3$	$f'(6)=0{,}5$

1) Placer les points A, B, C et D de la courbe C d'abscisse respectives -3 ; 0 ; 3 et 6.
2) Construire les tangentes aux points A, B , C et D.
3) Dessiner une allure possible de la courbe sur l'intervalle $[-3;6]$.

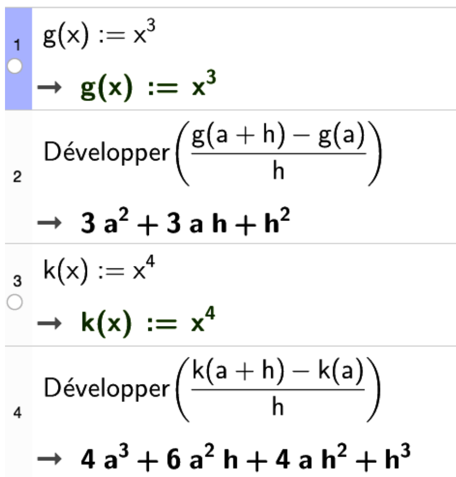
Activité 2 :

1) Soit f la fonction définie par $f(x)=x^2$

a) Calculer le taux de variation $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

b) En déduire la valeur de $f'(a)$.

2) On définit les fonctions g et k par $g(x)=x^3$, et $k(x)=x^4$. A l'aide des informations ci-contre données par un logiciel de calcul formel :



a) Identifier $\frac{g(a+h)-g(a)}{h}$ et en déduire $g'(a)$.

b) Identifier $\frac{k(a+h)-k(a)}{h}$ et en déduire $k'(a)$.

Exercice 7 : Compléter

Fonction	Fonction dérivée	$f'(a)$
$f(x) = 4x-7$	$f'(x)=$.......	$f'(2) =$ ......
$f(x) = x^2-3x+1$		$f'(0) =$ ......
$f(x) = \dfrac{x^2}{2}-2x$		$f'(-2) =$ ......
$f(x)=4x-5+2x^3$		$f'(-1) =$ ......
$f(x) = -x^3-\dfrac{1}{2}x^2-3$		$f'(1) =$ ......

Exercice 8 :

1. Soit *f* la fonction définie par $f(x)=x^3-3x^2+x+1$

Calculer $f(1)$, $f'(x)$, $f'(1)$ et l'équation de la tangente à la courbe représentative de *f* au point d'abscisse 1

2. Soit *f* la fonction définie par $f(x)=x^3-x^2+x+1$

Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de *f* au point d'abscisse 0

Exercice 9 :

Soit *f* la fonction définie sur ℝ par $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-x^2+1$

On note C sa courbe représentative dans un repère.

Montrer que les tangentes à C aux points d'abscisses 3 et -1 sont parallèles.

Exercice 10 :

Soit *f* la fonction définie sur ℝ par

$f(x)=\dfrac{2x^3}{3}-2x^2-6x+5$

a. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles la fonction dérivée s'annule.

b. En déduire les abscisses des points en lesquels la tangente à C_f est parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice 11 :

Soit *f* la fonction définie sur [– 9 ; 15] par

$f(x)=-2x^2-4x+5$.

On note C sa courbe représentative dans un repère.

a. Justifier que la tangente T à C au point d'abscisse 0 admet pour équation $y = -4x + 5$.

b. Établir le tableau de signes de $f(x) - (-4x + 5)$.

c. Que peut-on en déduire ?

Exercice 12 :

Soit *f* la fonction définie sur ℝ par $f(x)=\dfrac{x^2}{4}+1$

On note C sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

a. Soit a un réel quelconque, déterminer l'équation de la tangente à C au point d'abscisse a.

On écrira l'équation sous la forme $y=mx+p$ avec m et p qui dépendent de a.

b. La parabole possède-t-elle des tangentes qui passe par l'origine du repère ?

Exercice 13 : Démonstrations

1) Soit *f* la fonction définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}$. Soient a et h deux réels non nuls tels que $a+h\neq 0$

Montrer que le taux de variation de la fonction *f* entre a et $a+h$ est égal à $\dfrac{-1}{a(a+h)}$. En déduire $f'(a)$.

2) Soit *f* définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x)=\sqrt{x}$. Soit a un réel positif et h un réel non nul tel que $a+h\geqslant 0$

a) Montrer que le taux de variation de la fonction *f* entre a et $a+h$ est égal à $\dfrac{1}{\sqrt{a+h}+\sqrt{a}}$ .En déduire $f'(a)$.

b) Le taux de variation de *f* entre 0 et h ($h>0$) est égal à $\dfrac{1}{\sqrt{h}}$. *f* est-elle dérivable en 0 ?

A quel niveau vas-tu prendre la tangente ?

Situation :

La représentation graphique de la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{x^2}{4}+2$ est donnée ci-dessous ainsi que la tangente à cette parabole au point A d'abscisse 2.
Tous les niveaux sont indépendants mais progressifs ...... **A toi de jouer !**

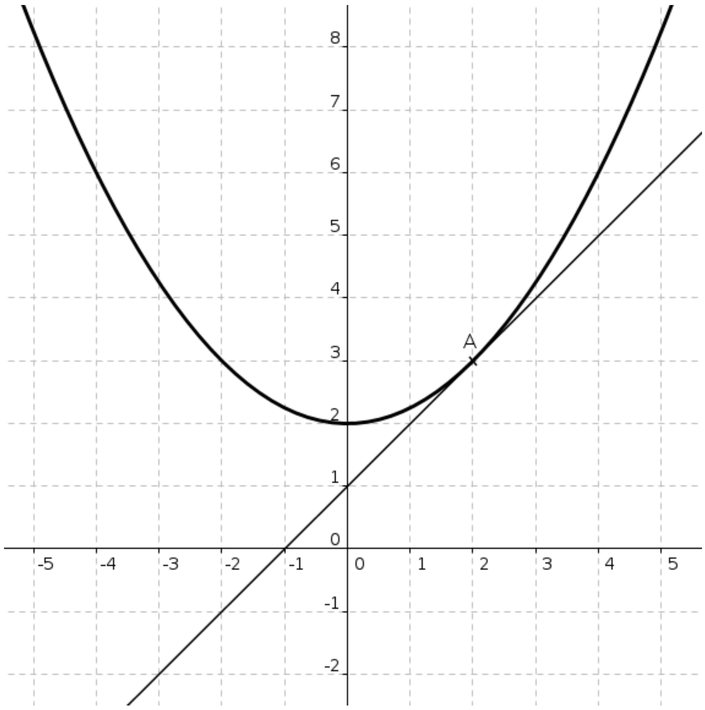
Niveau 1 :
Lire graphiquement:
$f(0)$ $\quad f'(0)$ $\quad f(2)$ $\quad f'(2)$

Niveau 2 :
Donner l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse -2.

Niveau 3 :
Donner le taux de variation de f entre 2 et $2+h$

Niveau 4 :
En quel point de la courbe, la tangente a-t-elle pour coefficient directeur -2 ?
Donner l'équation de cette tangente.

Niveau 5 :
La droite d'équation $y=-\dfrac{3}{2}x$ est-elle tangente à la parabole ?



Niveau 6 :
Soit M un point de la parabole d'abscisse $a\neq 0$. Donner l'équation de la tangente à la courbe en M sous la forme $y=mx+p$ avec m et p exprimés en fonction de a.

Niveau 7 :
Existe-t-il des tangentes à la parabole qui passe par l'origine du repère ?

Niveau 8 :
Soit M un point de la parabole d'abscisse $a\neq 0$. La tangente à la courbe en M coupe la droite d'équation $y=2$ en P.

a) Montrer que l'abscisse de P est $\dfrac{a}{2}$.

b) En déduire une construction à la règle et au compas de la tangente à la courbe en un point M quelconque de la courbe.

Niveau 9 :
A et B sont deux points de la parabole d'abscisses respectives a et b (deux réels distincts)
La parabole possède-t-elle une tangente parallèle à la droite (AB). Si oui, en quel point ?

Niveau 10 :
Propriété admise : *Dans un repère orthonormé, deux droites de coefficients directeurs a et a′ non nuls sont perpendiculaires si et seulement* $a\times a'=-1$
Soit A un point de la parabole d'abscisse $a\neq 0$
Trouver le point B correspondant de la parabole pour lequel les tangentes (T_A) et (T_B) sont perpendiculaires.