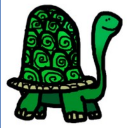
Notion de nombre dérivé

Exemple :



Pour préparer une course de vitesse, la tortue Pétunia s'entraîne, munie d'un capteur GPS qui permet de mesurer la distance parcourue en fonction du temps. Au dernier entraînement, elle a pu observer que la distance parcourue, exprimée en mètres, à un instant t, en minutes, peut être modélisée par la fonction f avec :

$f(t) = -0{,}5\,t^2+10\,t$ ·

La fonction f est représentée ci-dessous.

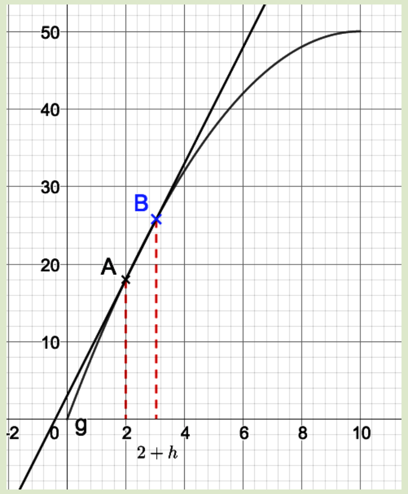
……………………………………

La droite (AB) avec A d'abscisse a

et B d'abscisse $a+h$

Définition : Le **taux de variation** d'une fonction f entre a et $a+h$ est le rapport $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

………………………………………………………………………

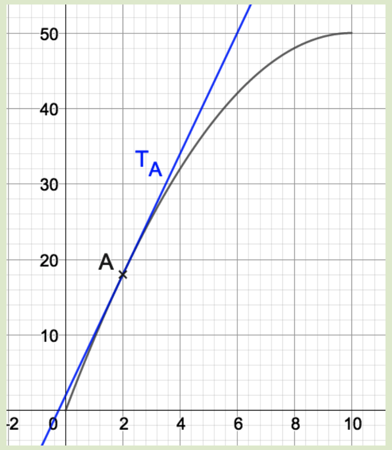


………………………………………………………………………………………

Au point A d'abscisse a = 2

Le taux de variation entre 2 et 2+h est donc :

Lorsque h tend vers 0



Lorsque h tend vers 0

Lorsque h tend vers 0 le taux de variation se rapproche de la valeur ……..

On note ……………………………………….

………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

Définition : Lorsque h tend vers 0, le point B d'abscisse $a+h$ se rapproche du point A d'abscisse a. La droite (AB) va se « stabiliser » sur une droite (T_A) qu'on appelle **tangente à C_f au point A.**

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

……………………………………………

………………………………………………………………

Définition : Si le taux de variation $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ tend vers un nombre réel lorsque h tend vers 0, on dit que f est **dérivable en a** et le nombre vers lequel tend ce taux d'accroissement est appelé **nombre dérivé de f en a**. On le note $f'(a)$.

Interprétation physique du nombre dérivé :

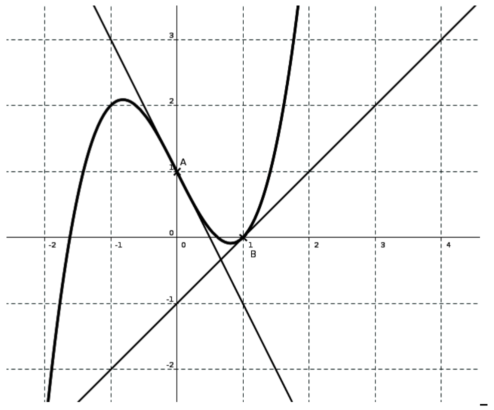
– pente locale
– vitesse instantanée si la fonction représente la distance parcourue en fonction du temps

Propriété : Si f est dérivable en a et de nombre dérivé $f'(a)$ alors …………………………..
……………………………………
………
……

Note : à la calculatrice : On saisit l'expression de $f(x)$.
On trace la représentation graphique après réglage de la fenêtre.
- TI : menu « **Dessin** », sélectionner « **Tangent** » ...
- Numworks : sur la fenêtre du graphique : « ok », puis « tangente »...

La tangente au point d'abscisse choisi est alors tracée et son équation apparaît.

Exemple 1 : **par lecture graphique**
a) Trouver l'équation de la tangente au point A d'abscisse 0.



b) Trouver l'équation de la tangente au point B d'abscisse 1.

Exemple 2 **: par calcul et avec l'aide momentanée de la calculatrice...**
Soit f la fonction définie par $f(x)=x^3-3x+1$

a. À l'aide de la calculatrice, déterminer $f'(2)$.

b. Donner l'équation de la tangente à C_f au point A d'abscisse 2.

Notion de fonction dérivée

Définition :
➔ Soit f une fonction qui admet un nombre dérivé en tout point d'un intervalle I.
On dit que f est **dérivable** sur I.
➔ On appelle **fonction dérivée de f, que l'on note f',** la fonction qui à tout nombre réel x de I associe le nombre dérivé $f'(x)$.

Exemple : Soit f la fonction carrée : $f(x)=x^2$

On réussit à calculer $f'(a)$ pour toute valeur de a à partir du taux de variation.

Dérivée des fonctions polynômes

$f(x)=k$ k nombre quelconque	
$f(x)=x$	
$f(x)=x^2$	
$f(x)=x^3$	
$f(x)=x^n$ n entier naturel	
$f(x)=\frac{1}{x}$ sur]- ∞ ; 0[et]0 ; + ∞[	
$f(x)=\sqrt{x}$ avec $x>0$	

Premières opérations sur les fonctions dérivées

Propriété : Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I.

➔ la fonction $u+v$ définie par $(u+v)(x)=u(x)+v(x)$ est dérivable et $\boldsymbol{(u+v)'=u'+v'}$

➔ Si λ est un réel quelconque, la fonction λu définie par $(\lambda u)(x)=\lambda\times u(x)$ est dérivable et $\boldsymbol{(\lambda u)'=\lambda u'}$

Exemples :

$f(x)=x^3+x^2$	$f(x)=3x-2$	$f(x)=3x^2$	$f(x)=\frac{1}{3}x^2-2x+3$