

Activité:

On souhaite construire de façon approchée la courbe représentative d'une fonction dérivable f qui vérifie $f'(a)=f(a)$ **pour tout réel a et** $f(0)=1$. Nous allons utiliser la méthode d'Euler qui repose sur l'utilisation d'une approximation affine d'une fonction en un point et donc construire point par point la courbe C_f .

Partie A : La méthode d'Euler

Étape 1 : $f(0)=1$ donc le point $A(0 ; 1)$ se trouve sur C_f .

On cherche une approximation de $f(0,1)$.

Sur la figure ci-contre, B est le point de C_f d'abscisse $0,1$.

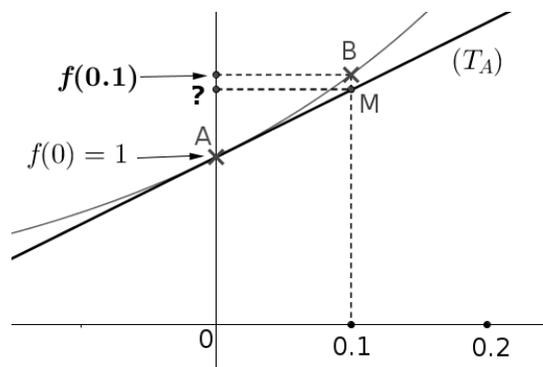
Comme B est proche de A , la droite (AB) est proche de la tangente à

C_f en A . Donc le coefficient directeur de la droite (AB) , $\frac{f(0,1)-f(0)}{0,1-0}$, $f(0) = 1$

est proche du coefficient directeur de (T_A) égal à $f'(0)$.

Donc $\frac{f(0,1)-f(0)}{0,1-0} \approx f'(0)$.

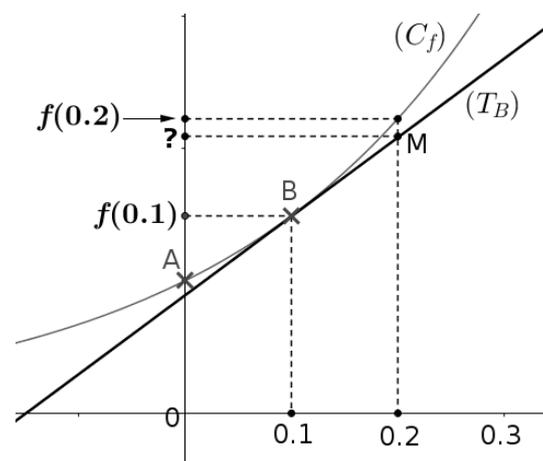
En utilisant cette approximation, donner une approximation de $f(0,1)$:



Étape 2 : Le point $B(0,1 ; 1,1)$ appartient à C_f .

Comme précédemment, $\frac{f(0,2)-f(0,1)}{0,2-0,1} \approx f'(0,1)$.

En déduire une approximation de $f(0,2)$:



Étape 3 : Compléter le tableau. Si besoin, effectuer au brouillon les calculs pour les trois dernières colonnes ou mettre en évidence un moyen rapide de calculer les images demandées.

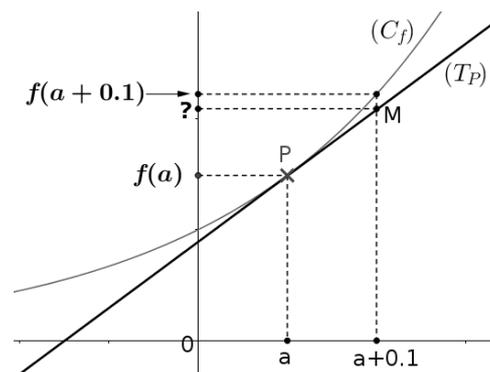
x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$y=f(x)$	1					

Étape 4 :

$P(a ; f(a))$ est un point précédemment trouvé sur la courbe C_f .

Quelle approximation va-t-on alors prendre pour $f(a+0,1)$?

Quelle approximation va-t-on alors prendre pour $f(a+h)$ en fonction de $f(a)$ et h ?



Partie B : La représentation graphique de la fonction recherchée

A l'aide d'un tableur et de la partie A, nous allons construire point par point la courbe représentative de la fonction f qui vérifie $f'(a)=f(a)$ pour tout réel a et $f(0)=1$ sur l'intervalle $[0;1]$.

$M(x_M, y_M)$ est un point de la courbe C_f .

	A	B	C	D
1	a	x_M	$f(a)$	y_M
2		0		1
3	0	0,1	1	1,1
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

- a. Créer la feuille de calcul ci-dessus dans un tableur.
- b. Entrer la formule : =A3+0,1 dans la cellule A4 et utiliser la poignée de recopie (petit carré en bas à droite de la cellule) pour étirer la formule jusqu'à la cellule A12 .
- c. Quelle formule faut-il entrer dans la cellule B4 afin de faire afficher tous les nombres compris entre 0,2 et 1 avec un pas de 0,1 ? Étirer cette formule jusqu'en B12 ?
- d. En utilisant les résultats obtenus dans la l'étape 4 de la partie A, donner les formules à entrer dans les cellules C4 et D4 et les étirer jusqu'à la ligne 12.

Formule en C4 :

Formule en D4 :

- e. Sélectionner les colonnes B et D (on sélectionne la colonne B, on maintient la touche Ctrl et on sélectionne la colonne D) puis cliquer sur l'outil diagramme dans la barre d'outils.

*Type de diagramme : Ligne, points et lignes.
Plage de données : séries de données en colonnes,
première colonne comme étiquette.*

- f. Compléter $f(1) \approx$

- g. Faire une nouvelle feuille de calcul en utilisant un pas de 0,01 au lieu de 0,1.