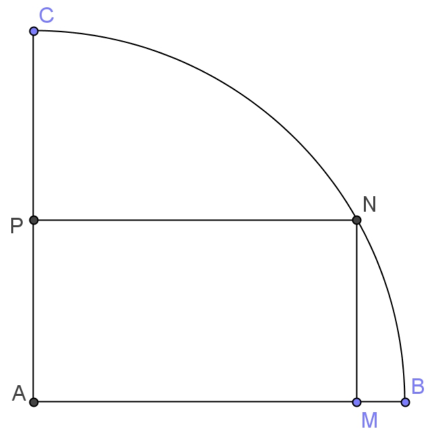
Activité : Résoudre un problème à l'aide d'une fonction

On considère un quart de cercle de centre A et de rayon 5.
Pour tout point M du segment [AB], on construit le rectangle AMNP avec N appartenant au quart de cercle et $P \in [AC]$.

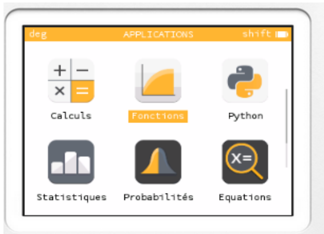


On cherche pour quelle position de M l'aire du rectangle AMPN est la plus grande possible (maximale) ?
Cette aire dépend de la position du point M.

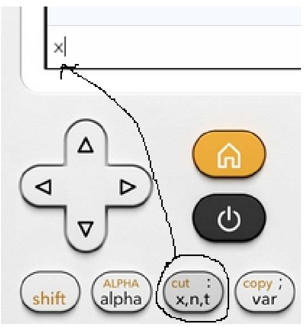
On s'intéresse à la fonction *f* qui à la variable x =AM associe l'aire du rectangle AMNP.
On peut montrer que l'aire de rectangle AMNP peut alors être exprimée sous la forme :
$f(x) = x \times \sqrt{25 - x^2}$.

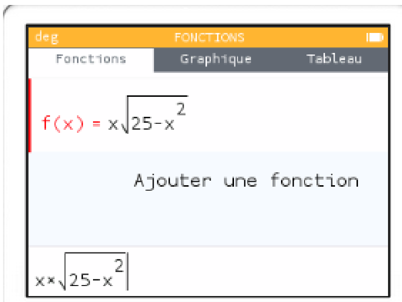
1. Expression algébrique :

A l'aide de la calculatrice, on peut représenter la courbe de la fonction *f.* Il faut d'abord entrer l'expression algébrique de *f :*



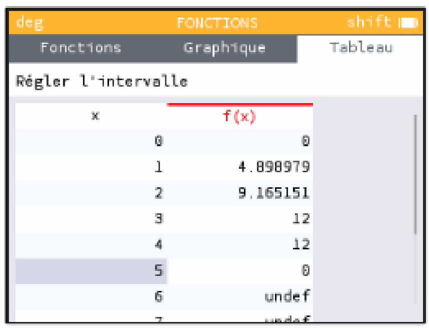
Aller dans le module « Fonctions » à partir du menu puis « Ajouter une fonction » et entrer l'expression algébrique
en utilisant la touche « x,n,t »
pour obtenir « x » à l'écran et l'expression :





2. Tableau de valeurs :

a. Aller dans « Tableau » et vérifier les valeurs :



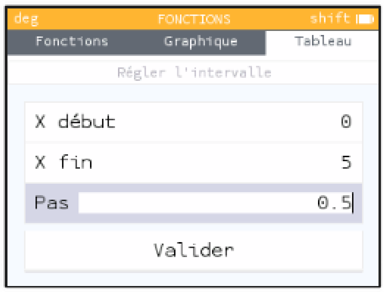
b. Pourquoi pour « $x=6$ », la calculatrice affiche-t-elle undef ?
Donner l'intervalle sur lequel *f* est définie.

c. Que se passe t-il lorsque AM = x = 0 et AM = x = 5 ?

d. Quelle est la valeur de $f(x)$ lorsque $x=3$?

e. Est-il possible d'avoir $f(x)=12$? Si oui, pour quelle(s) valeur(s) de x ?

3. Modifier le tableau de valeurs :



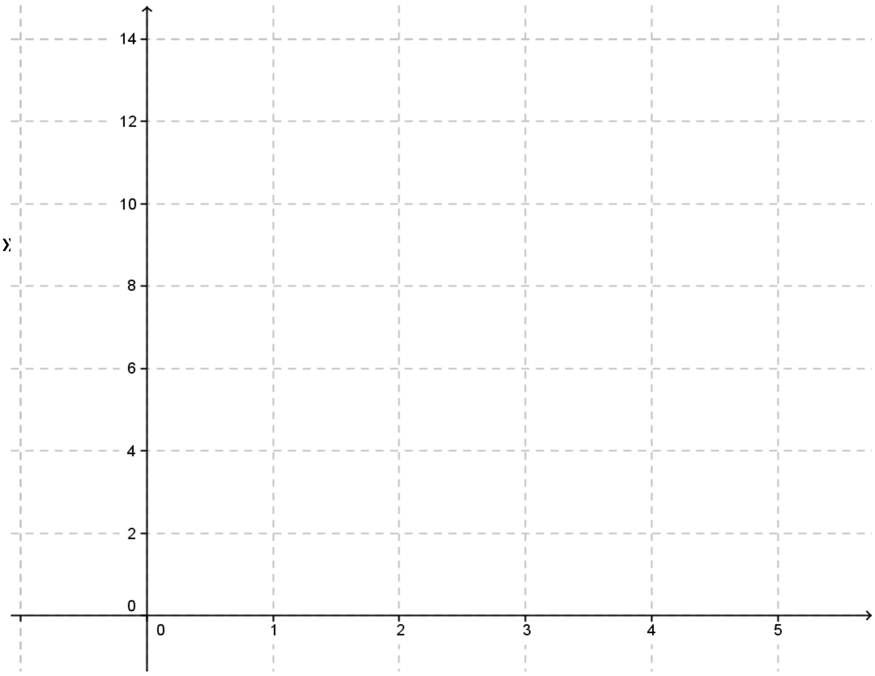
Aller dans « Régler l'intervalle » et changer les valeurs comme ci-contre, puis valider.
Le tableau s'affiche à nouveau.Quel tableau obtient-on ? (arrondi à 0,1 près pour $f(x)$):

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$	0										

4. Courbe représentative :

a. Placer les points de coordonnées $(x\,;f(x))$ sur le repère ci-dessous :

Pour contrôler, aller voir le graphique et préciser dans « Axes » xmin=0 et xmax=5 (enlever « auto ») et ne pas changer pour l'axe des ordonnées (Oy).



b. Comment se comporte $f(x)$ quand x est compris entre 0 et 5 ?
Utiliser les mots/expressions : « $f(x)$ augmente », « $f(x)$ diminue » (en précisant l'intervalle à chaque fois) puis « $f(x)$ est maximal », « $f(x)$ est minimal »

....

....

....

....

5. Comment obtenir et utiliser l'expression algébrique ?

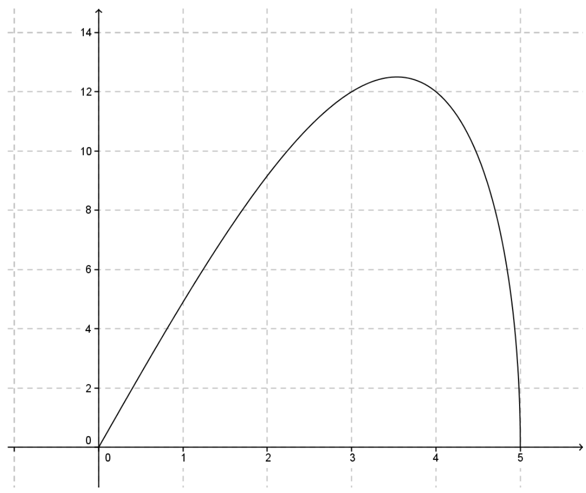
a. En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle AMN rectangle en M, montrer que MN= $\sqrt{25-x^2}$

b. En déduire que l'aire du rectangle AMPN est $f(x)=x\times\sqrt{25-x^2}$

c. Calculer *f(0)* en remplaçant *x* par 0 dans l'expression $f(x)$

d. Faire de même pour calculer *f(2)*.

Synthèse de l'activité



Placer sur la courbe le point le plus haut, appelé A.
Son abscisse est notée *a* et son ordonnée est appelée image de *a* par *f* et notée *f(a)*.
Cette valeur *f(a)* est appelée le maximum de *f* sur l'intervalle [0;5]

<u>Sens de variation de f :</u>
On dit que la fonction f est croissante sur [0;*a]* et décroissante sur [*a*;5]

On peut résumer les variations de f dans un tableau de variations

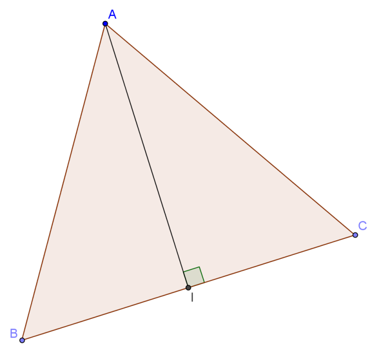
x	0	a	5
variations de f	↗	$f(a)$	↘

<u>A compléter</u> avec les mots : intervalle, maximum, courbe représentative, x , calculatrice, variable , table de valeurs, fonction

Pour résoudre un problème, on peut utiliser une ………… en choisissant une ……………………….appelée x . La fonction est définie sur un ………………. . Pour trouver l'expression algébrique de la fonction, on exprime toutes les quantités dont on a besoin en fonction de ……… Une fois l'expression $f(x)$ connue, on peut utiliser la calculatrice, soit pour obtenir une ……………………. et tracer la courbe à partir de quelques points soit pour regarder directement ……………………… de la fonction f . Cela permet d'étudier la fonction et en particulier savoir si elle admet un minimum ou un ……………..

<u>Problème</u> : on cherche le triangle ABC isocèle de côté 10 qui a la plus grande aire.

On a AB=AC=10. La longueur BC est variable. Soit I le milieu de [BC].
Comme ABC est isocèle, on a (AI).....(BC) et l'aire du triangle ABC peut se calculer par la formule : …………………



Pour résoudre le problème, on peut introduire une fonction *f* qui à la longueur …..(*) associe ……………………..
On appelle x la variable (*) de la fonction *f*.
La variable x peut prendre des valeurs entre …. et ….
A poursuivre