



FICHE PROFESSEUR

- **Niveau :**

Classe de seconde ; Durée : 1 heure

- **Objectif pédagogique :**

L'intuition est un élément important de réussite en mathématiques mais celle-ci doit être accompagnée d'un raisonnement rigoureux pour la valider ou l'invalidier. Les élèves sont ici confrontés à un paradoxe statistique qui révèle les limites de l'intuition et du sens commun.

- **La situation-problème :**

Constitués en binômes les élèves élaborent une stratégie pour gagner à un jeu de cartes. Celle-ci se révèle infructueuse lorsqu'elle est mise en œuvre face un autre binôme.

- **Les consignes et la réalisation attendue :**

On demande aux élèves constitués en binôme d'imaginer une stratégie pour obtenir un maximum de cartes gagnés dans un jeu de 11 cartes bicolores lorsque l'on impose un choix de couleur. Cette stratégie est élaborée grâce à des considérations statistiques. Une fois confrontés à un autre binôme en regroupant deux jeux de 11 pour en obtenir un de 22 cartes la stratégie s'avère contre-productive. Les élèves devront en faire le constat et soulever le paradoxe. Une analyse posteriori pourra être faite avec l'aide du professeur pour constater l'effet de structure à l'origine de ce paradoxe.

- **Analyse du dispositif :**

La manipulation de cartes en binôme permet aux élèves d'entrer assez facilement dans l'activité. La confrontation en binôme permet assez rapidement de dégager le paradoxe et de soulever l'origine de celui-ci.

- **Modalités de travail (déroulement) :**

Ce travail se déroule en trois temps :

- un premier temps d'étude d'un jeu de 11 cartes en binôme (15 minutes);
- un deuxième temps de jeu où deux binômes s'affrontent sur la base de l'étude précédente (15 à 20 minutes le temps que le paradoxe apparaisse dans les résultats) ;
- un dernier temps de synthèse et d'analyse du paradoxe (10 à 15 minutes).

- **Dans le programme de seconde.**

Statistiques et probabilités :

- Contenu : Proportion, pourcentage d'une sous-population dans une population.
- Capacité : Exploiter la relation entre effectifs, proportions et pourcentages.

Jeu de cartes paradoxal

● Les six compétences majeures :

- Chercher
 - ✓ Analyser un problème.
 - ✓ Extraire, organiser et traiter l'information utile.
 - ✓ Observer, s'engager dans une démarche, expérimenter en utilisant éventuellement des outils logiciels, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, reformuler un problème, émettre une conjecture.
 - ✓ Valider, corriger une démarche, ou en adopter une nouvelle.
- Modéliser
 - ✓ Traduire en langage mathématique une situation réelle (à l'aide d'outils statistiques).
- Représenter
 - ✓ Choisir un cadre adapté pour traiter un problème ou pour représenter un objet mathématique.
- Communiquer
 - ✓ Développer une argumentation mathématique correcte à l'écrit ou à l'oral.
 - ✓ Critiquer une démarche ou un résultat.
 - ✓ S'exprimer avec clarté et précision à l'oral et à l'écrit.

● Les aides ou « coup de pouce »

On pourra utiliser les « tableaux à projeter » afin d'encourager les élèves à faire une analyse théorique de la situation ou pour les aider à structurer cette analyse.

● Approfondissement :

« Déroutant, simple et coriace » (*Statistiques méfiez vous !*, Nicolas GAUVRIT, Ellipse, 2007), voilà comment on peut qualifier le paradoxe de Simpson. Découvert en 1899 par le mathématicien britannique Karl Pearson, redécouvert par un autre britannique Udni Yule en 1903 il a été consigné pour la première fois dans un article par l'anglais E.H Simpson dans son ouvrage « The interpretation of interaction in contingency tables » publié en 1951. Ce paradoxe soulève la question des effets de structure en statistique : comment quelque chose peut-il être vrai partout (dans toutes les sous-populations) et globalement faux dans toute la population !? C'est ici la présence d'un déséquilibre des cartes rouges et bleues dans chacun des deux paquets de 11 cartes qui va permettre de jouer sur les proportions afin de construire le paradoxe. Ce déséquilibre est un élément clef que l'on retrouve à chaque fois que l'on se trouve en présence du paradoxe de Simpson comme on pourra le voir dans les illustrations proposées dans la bibliographie.

● Bibliographie, sitographie :

- *Statistiques méfiez vous !*, Nicolas GAUVRIT, Ellipse, 2007
- <https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/ST/IST01020/IST01020.pdf>
- <https://www.arte.tv/fr/videos/107398-002-A/voyages-au-pays-des-maths/>

● Prolongement possibles :

Le paradoxe de Simpson est ici mis en lumière à travers un jeu de cartes construit artificiellement pour les besoins de l'activité. Comme l'indique le point précédent ce paradoxe peut également se retrouver dans des situations réelles. Afin d'en découvrir un exemple on pourra prolonger cette première activité avec l'activité intitulée « Etude de performances paradoxales au base-ball » en suivant le lien <https://pedagogie.ac-rennes.fr/spip.php?article7882>.