

Poignées de mains – Descriptif du scénario

Niveau : Cycle 4

Compétences visées :

- ✓ Chercher : s'engager dans une démarche scientifique
- ✓ Modéliser : traduire en langage mathématique une situation réelle
- ✓ Raisonner : mener collectivement une investigation en prenant en compte le point de vue d'autrui

Consignes pour l'activité « Hors les Murs » :

- ✓ **Première consigne donnée à l'oral** : « Chacun d'entre vous doit serrer la main à toutes les personnes de la classe ».
→ les élèves se serrent la main de façon désordonnée
- ✓ **Deuxième consigne donnée à l'oral** : « Chacun d'entre vous doit serrer la main à toutes les personnes de la classe en s'assurant en même temps que chacun de ses camarades a bien serré la main à toutes les personnes de la classe ».
→ les élèves s'organisent. Après réflexion, ils se placent en rang et le premier passe devant tous les autres pour leur serrer la main et va se placer en bout de rang puis le second, puis le troisième...
Certains peuvent serrer la main deux fois à leurs camarades. Cette erreur est intéressante et pourra être exploitée par la suite.
- ✓ **Troisième consigne donnée à l'oral si les élèves certains élèves ont serré deux fois la main à leurs camarades** : « Chacun d'entre vous doit serrer la main une et une seule fois à toutes les personnes de la classe en s'assurant en même temps que chacun de ses camarades a bien serré la main à toutes les personnes de la classe ».
→ cela va permettre de corriger l'erreur éventuelle suite à la deuxième consigne.

Retour en classe et travail sur surfaces verticales

- ✓ Des groupes de trois élèves sont tirés au sort avec le site <https://livecloud.online/en/group-maker> et envoyés travailler sur des surfaces verticales (tableaux blancs, feuilles électrostatiques...)

Les rôles sont tirés au hasard dans un jeu de trois cartes contenant les rôles :

- Orateur : l'élève fera la restitution du travail du groupe au professeur.
- Ambassadeur : l'élève est le seul habilité à poser une question au professeur.
- Rédacteur : l'élève est le seul qui écrit sur la surface verticale

Les cartes : <https://clairelommeblog.fr/2016/08/27/de-belles-cartes-pour-les-profils/>

Les tableaux ne sont pas effacés avant que la recherche soit entièrement finie pour une consigne parmi les suivantes.

- ✓ **Première consigne donnée à l'oral** : « Quand chacun d'entre vous a serré la main une et une seule fois à toutes les personnes de la classe, combien de poignées de mains ont été échangées par l'ensemble de la classe ? »

Deux démarches sont possibles. Supposons que la classe soit formée de 25 élèves

- Certains groupent calculent la somme suivante : $24 + 23 + 22 + \dots + 2 + 1$ (plus éventuellement 0)

Poignées de mains – Descriptif du scénario

- D'autres groupes, plus rares, peuvent éventuellement raisonner à partir de « l'erreur » de la seconde consigne : quand tout le monde s'est serré la main deux fois, chaque élève a serré la main à 24 personnes. Le nombre de poignées de mains échangées est donc $25 \times 24 \div 2$.

- ✓ **Deuxième consigne donnée à l'oral :** « S'il y avait eu 100 élèves, combien de poignées de main auraient été échangées ? »

Objectif : mettre en échec l'addition des entiers et se diriger vers l'écriture d'une expression algébrique.

- Pour les élèves qui ont calculé la somme des entiers de 1 à 24, on peut envisager deux démarches :
 - Soit les escaliers « chinois » (pattern) : voir document joint.
Les escaliers sont plastifiés, découpés et donnés aux élèves sur la table d'appui.
Consigne pour les escaliers :
 - Pourquoi l'escalier à deux marches représente-t-il la somme $1 + 2$
Pourquoi l'escalier à trois marches représente-t-il la somme $1 + 2 + 3$
Etc.
On peut éventuellement écrire les entiers 1 ; 2 ; 3... au feutre sur les escaliers.
 - Assembler les escaliers de couleurs identiques (on peut éventuellement préciser « pour construire un rectangle »).
 - Comment calculer rapidement de combien de carrés est formé l'escalier à 6 marches ? Celui à 5 marches ?
 - Pour un rectangle donné, combien de fois la somme $1 + 2 + 3...$ est-elle représentée ?
 - Retour sur la surface verticale.
 - Soit proposer de raisonner à partir de « l'erreur » où les élèves s'étaient serrés deux fois la main.

Remarque : éviter la méthode de Gauss en écrivant la somme des entiers de 1 à 99 mais il arrive (rarement) que des élèves la trouvent. Dans ce cas, les questionner sur la représentation qu'ils se font de la situation en lien avec cette méthode.

- Pour les élèves qui ont $25 \times 24 \div 2$.
 - Questionnement : combien de poignées a fait le premier qui a serré la main aux autres ? Le deuxième ? Le troisième ?...
 - Les faire relier leur calcul avec la somme des entiers de 1 à 24.

- ✓ **Troisième consigne donnée à l'oral si les élèves sont parvenus à trouver comment calculer le nombre de poignées de mains pour 100 élèves sans additionner les entiers de 1 à 99 :** « n étant un nombre entier, combien de poignées de mains échangeraient n élèves ? »

→ Les élèves extrapolent pour écrire une expression algébrique.

Poignées de mains – Descriptif du scénario

Synthèse de travaux

Une synthèse des recherches des élèves est faite par le professeur en présentant le travail réalisé sur quelques tableaux, un « historique » de la démarche du début à la fin et un point sur les compétences mises en jeu.

Le « nivellement » se fait par le bas (voir le chapitre 10 de l'ouvrage « La classe collabo-réflexive en mathématiques » de Peter Liljedahl. Chenelière Education : <https://www.cheneliere.ca/fr/classe-collabo-reflexive-en-math-9782765069539.html>) : à moins qu'un groupe soit proche de la solution de niveau supérieur, la synthèse se fait au niveau maximum atteint par l'ensemble des groupes (en général la seconde consigne).

Le résultat mathématique mis en avant est donc généralement $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 = 100 \times 99 \div 2$

Problèmes connexes qui permettent de poursuivre la réflexion et d'exploiter le résultat mis en avant :

- ✓ Un livreur doit livrer 100 personnes dans une journée. Combien de trajets différents sont possibles ?
- ✓ Combien y-a-t-il de segments reliant 100 points du plan ? puis combien de diagonales a un polygone convexe à 100 côtés ?

Ces problèmes peuvent être posés pour un entier n pour les groupes qui sont parvenus à traiter le problème de la consigne 3.