

SIMULER LA PROPAGATION D'UNE EPIDEMIE

Dans une population initiale composée de personnes saines et de personnes contaminées, on introduit un individu. S'il entre en contact avec une personne saine, il demeure sain. S'il entre en contact avec une personne malade, il le devient également.

On itère ce processus aussi longtemps que l'on veut et on souhaite étudier la proportion de personnes malades.

György Pólya, mathématicien hongrois (1887-1985) a introduit une expérience pour simuler la propagation d'une épidémie.



Partie A : Simuler la propagation à l'aide de jetons

On peut modéliser l'expérience avec des jetons identiques et de couleurs différentes, par exemple blancs et rouges.

Protocole :

Étape 1 : Dans une urne mettre un jeton blanc (modélisant un individu sain) et un jeton rouge (modélisant un individu malade et contagieux).

Étape 2 : Prélever au hasard un jeton dans l'urne. Observer sa couleur. Puis le remettre avec un autre jeton de la même couleur dans l'urne.

Ceci modélise l'arrivée d'un nouvel individu dans la population initiale. S'il entre en contact avec la personne saine, il demeure sain. S'il entre en contact avec la personne malade, il devient malade et on ajoute cet individu à la population de jetons.

Étape 3 : On recommence à l'étape 2.



--	--	--	--	--

Questions :

- 1) En vous aidant du tableau ci-dessus, mettre en œuvre le protocole en exécutant une seule fois l'étape 2. Combien d'individus y-a-t'il alors dans la population ?
- 2) Mettre en œuvre le protocole en recommençant trois fois l'étape 2. Combien d'individus y-a-t'il alors dans la population ?
- 3) On appelle « famille », une population de cinq individus obtenue comme dans la question 2.
 - a) Mettre en œuvre le protocole pour obtenir six familles. Compléter le tableau ci-dessous :

Composition de l'urne	1R4B	2R3B	3R2B	4R1B
Effectif				
Fréquence				

- b) Comparer les fréquences obtenues avec vos voisins. Qu'en pensez-vous ?
- c) Les issues vous paraissent-elles équiprobables ?

Bilan avec le reste de la classe :

	Composition de l'urne	1R4B	2R3B	3R2B	4R1B
Dans la classe	Effectif				
	Fréquence				

Analyse :

.....

.....

.....

Partie B : Expérience pour simuler avec Python

Pour commencer, la population est composée d’une personne saine et d’une personne malade.

Comme précédemment, on modélise cette population par une liste contenant au départ un jeton blanc (modélisant un individu sain) et un jeton rouge (modélisant un individu malade et contagieux).

Pour simuler la propagation de l’épidémie dans une grande population, on souhaite utiliser un algorithme.

Une population est alors représentée par une liste.

Exemple :

Une population de dix personnes est représentée par la liste suivante :

```
liste=["R","B","R","R","B",R,"B","B","R","B"]
```

Boîte à outils pour utiliser des listes en Python :

Nombre d’éléments dans une liste	<code>len(liste)</code>	<code>len(liste)</code> renvoie 10
Élément de rang <i>k</i> de la liste IMPORTANT : L’indexation commence à 0	<code>liste[rang k]</code>	<code>liste[0]</code> renvoie R <code>liste[1]</code> renvoie B <code>liste[2]</code> renvoie R
Ajouter un élément à la fin d’une liste	<code>liste.append(élément à ajouter)</code> ou <code>liste=liste+[élément à ajouter]</code>	<code>liste.append("R")</code> ou <code>liste=liste+["R"]</code> La liste devient : ["R","B","R","R","B","R","B","B","R","B","R"]
Compter le nombre d’occurrences d’un élément.	<code>liste.count(élément)</code>	<code>liste.count("R")</code> renvoie 6 <code>liste.count("B")</code> renvoie 5
Renvoyer un nombre entier aléatoire entre a et b	<code>randint(a,b)</code>	<code>randint(10,17)</code> renvoie par exemple 12

1) A l'aide des éléments précédents, compléter le programme ci-dessous afin d'obtenir une population de 100 personnes.

```
from random import *

liste=["R","B"]    #Composition initiale de la liste

for i in range(98):
    longueur=.....
    h=randint(0,longueur-1)
    E=liste[h]
    .....

    print(liste)
    print(liste.count("R"))
```

2) a) Ouvrir le lien Capytale, et compléter, puis exécuter le programme ci-dessus.

<https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/65bc-3739105> (Penser à modifier le lien !)

b) Que représente le résultat obtenu ?

3) Exécuter le programme cinq fois et compléter le tableau.

	Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3	Simulation 4	Simulation 5
Nombre de personnes malades					
Fréquence					

4) La proportion de malades dans cette population de 100 personnes semble-t-elle prévisible ?

5) a) On change la composition initiale de la liste : on a 2 jetons Rouges et 2 jetons Blancs.
Modifier alors le programme Python pour qu'il ajoute ainsi 96 autres éléments dans la liste.

b) Exécuter 20 fois le programme (en modifiant éventuellement le programme) , et compléter le tableau suivant :

Nombre de personnes malades	[0 ; 10[[10 ; 20[[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[[50 ; 60[[60 ; 70[[70 ; 80[[80 ; 90[[90 ; 100]
Nombre de simulations										

c) Quelle(s) remarque(s) peut-on faire ?

Partie C : Synthèse

.....

.....

.....

.....

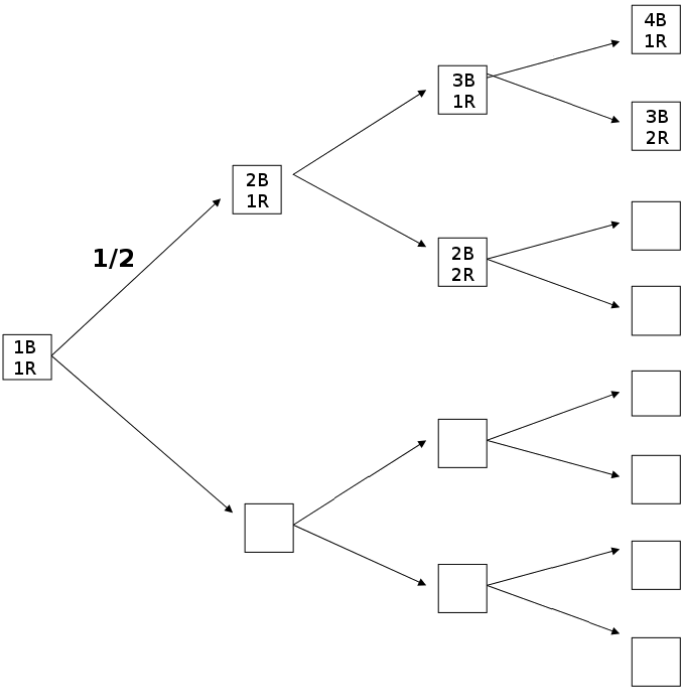
.....

.....

Partie D : Prolongement

Vous avez constaté que si initialement il y avait un jeton Blanc et un jeton Rouge dans la liste alors après introduction de 98 autres jetons les événements « **Obtenir n jetons rouges** » avec $1 \leq n \leq 99$ **ne semblent pas équiprobables**. Nous allons justifier ce constat en se contentant d'introduire seulement 3 autres jetons à la liste initiale pour donc arriver à un total de 5 jetons.

1) Compléter l'arbre de probabilité ci-dessous et calculer les probabilités des événements dans le tableau.



Événements	Probabilités Calculs à montrer
Obtenir 1 jeton rouge	
Obtenir 2 jetons rouges	
Obtenir 3 jetons rouges	
Obtenir 4 jetons rouges	

- 2) Justifier qu'il ne s'agit pas d'une situation d'équiprobabilité.
- 3) Reprendre le raisonnement précédent pour étudier la situation où initialement il y a 2 jetons Blancs et 2 jetons Rouges

Bibliographie :

<https://bretagne-environnement.fr/biologie-genetique-populations-une-espece-invasive-cas-vison-amerique-mustela-vison-schreber-1777-bretagne>

<https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-00346327>